COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 JUILLET 1876.

PRÉSIDENCE DE M. LE VICE-AMIRAL PÂRIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — *Théorèmes relatifs à des couples de segments rectilignes, ayant un rapport constant;* par M. CHASLES.

« Les théorèmes dont je vais donner une démonstration directe, toujours extrêmement simple, sont des réciproques des théorèmes qui ont été le sujet d'une Communication antérieure (*Comptes rendus*, t. LXXXI, séance du 20 décembre 1875) (1). En continuant la série des numéros des

(1) Je place ici un *erratum* relatif à deux de ces théorèmes :

Page 1222, théorème III, ligne 3, *au lieu de* $2m(m'+n')$, *lisez* $2m(m'+2n')$; et, à la démonstration, substituez celle-ci :

$$\begin{matrix} x, & n'm2 & & u \\ u, & (2m'+2n')m\ (\mathrm{I}) & & x \end{matrix} \Big| \; 2m(m'+2n').$$

La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'm$ aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n'$ aux m points de U_m; 3° mm' points doubles sur les tangentes de la courbe $U^{m'}$ en ses $m'm$ points d'intersection avec U_m.

Théorème IV, ligne 4, *au lieu de* $2m(m'+n')$, *lisez* $2m(m'+2n')$; et supprimez es quatre lignes : « Il y a $2mm'$ solutions étrangères.... ».

théorèmes, j'indiquerai, pour chacun, le numéro de celui auquel il se rapporte.

» XIX. *On mène, de chaque point* a *d'une courbe* U_m, *à une courbe* $U^{n'}$ *une tangente* $a\theta$, *et du point* θ *une tangente* $\theta\theta'$ *à une courbe* $U^{n''}$, *et l'on prend sur celle-ci les deux points* x *dont la distance au point* a *est proportionnelle à la tangente* $a\theta$, $\left(\frac{ax}{a\theta} = \lambda\right)$: *le lieu de ces points* x *est une courbe de l'ordre* $2mn''(2m' + n')$ [VII].

$$\begin{array}{llll} x, & n''m'm2 & x & \\ u, & 2(m'+n')mn'' \text{ [I]} & u & \end{array} \Bigg| \; 2mn''(2m'+n').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''m'n$ aux deux points circulaires; 2° $mm'n''$ points doubles sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des mm' points d'intersection de U_m et $U^{n'}$; 3° $2n'n''$ points multiples d'ordre m sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des $2n'$ points de contact θ des $2n'$ tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires.

» XX. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m *on mène à* $U^{n'}$ *une tangente* $a\theta$ *sur laquelle on prend un point* x *tel, qu'une tangente* $x\theta'$ *menée à une autre courbe* $U^{n''}$ *soit proportionnelle à la distance du point de contact* θ' *au point* a *de* U_m, $\left(\frac{x\theta'}{a\theta'} = \lambda\right)$: *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2mn'(m'' + 2n'')$ [VIII].

$$\begin{array}{llll} x, & n''2mn' & u & \\ u, & n'm(2m''+2n'') \text{ [II]} & x & \end{array} \Bigg| \; 2mn'(m''+2n'').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mn''$ aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n'n''$ aux m points de U_m; 3° m'' points multiples d'ordre $2n'm$ aux m'' points de $U^{n''}$.

» XXI. *La tangente de chaque point* θ *de* $U^{n'}$ *rencontre deux courbes* U_m, U_{m_1} *en deux points* a, a_1; *on prend sur cette tangente les deux points* x *dont la distance au point* a_1 *est proportionnelle au segment* $a\theta$, $\left(\frac{a_1x}{a\theta} = \lambda\right)$: *le lieu de ces points* x *est une courbe de l'ordre* $2mm_1(m' + 2n')$ [IX].

$$\begin{array}{llll} x, & n'mm_1 2 & u & \\ u, & 2m(m'+2n')m_1 \text{ [XXII]} & x & \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(m'+3n').$$

Il y a $2mm_1n'$ solutions étrangères dues aux points x situés sur les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires de l'infini. Il reste $2mm_1(m' + 2n')$.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mm_1$ aux deux points circu-

laires; 2° m points multiples d'ordre $2n'm_1$ aux m points de U_m; 3° m_1 points multiples d'ordre $2n'm$ aux m_1 points de U_{m_1}; 4° m' points multiples d'ordre $2mm_1$ aux m' points de $U^{n'}$.

» XXII. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m *on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$ *deux tangentes* $a\theta$, $a\theta'$, *et l'on prend sur la seconde un segment* ax *proportionnel à la première* $\left(\frac{ax}{a\theta} = \lambda\right)$: *le lieu des points* x *est une courbe d'ordre* $2mn''(m' + 2n')$ [XI].

$$\begin{array}{llll} x, & n''mn'2 & u & \\ u, & 2(m'+n')mn'' \ [I] & x & \end{array} \Big| \; 2mn''(m'+2n').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''mn'$ aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n'n''$ aux m points de U_m; 3° $m'mn''$ points doubles sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des $m'm$ points a de U_m situés sur les asymptotes de $U^{n'}$.

» XXIII. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m *on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$ *deux tangentes* $a\theta$, $a\theta'$, *et l'on prend sur la première les deux points* x *dont la distance au point de contact* θ' *est proportionnelle à la tangente* $a\theta'$, $\left(\frac{x\theta'}{a\theta'} = \lambda\right)$: *le lieu de ces points* x *est une courbe de l'ordre* $2mn'(m'' + 2n'')$ [XV].

$$\begin{array}{llll} x, & n'mn''2 & u & \\ u, & (2m''+2n'')mn' \ [II] & x & \end{array} \Big| \; 2mn'(m''+2n'').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mn''$ aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n''n'$ aux m points de U_m; 3° $m'''mn'$ points doubles sur les tangentes de $U^{n'}$ menées des $m'''m$ points a de U_m situés sur les asymptotes de $U^{n''}$.

» XXIV. *Le lieu d'un point* x *d'où l'on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$ *deux tangentes* $x\theta$, $x\theta'$ *dont la première est proportionnelle à un segment* $a\theta'$, *fait sur la seconde par une courbe* U_m, $\left(\frac{x\theta}{a\theta'} = \lambda\right)$, *est une courbe de l'ordre*

$$2m(m'n'' + m''n' + 2n'n'') \ [XVI].$$

$$\begin{array}{llll} x, & n'(2m''+2n'')m & u & \\ u, & n''m(2m'+2n') & x & \end{array} \Big| \; 2m(m'n''+m''n'+2n'n'').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''mn'$ aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n'n''$ aux m points a de U_m; 3° m'' points multiples d'ordre $2mn'$ aux m'' points de $U^{n''}$; 4° m' points multiples d'ordre $2n''m$ aux m' points de $U^{n'}$.

» Le théorème XVII (*Comptes rendus*, t. LXXXI, p. 1226), est la reproduction du théorème XXII. On le remplacera par le suivant :

» XVII. *On mène d'un point* x *deux tangentes* $x\theta$, $x\theta'$ *à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$, *et d'un point* a *où la seconde rencontre une courbe* U_m, *une tangente* $a\theta''$ *à une courbe* $U^{n'''}$: *le lieu d'un point* x *tel, que la première tangente* $x\theta''$ *soit à la tangente* $a\theta''$ *dans un rapport constant* $\left(\frac{x\theta}{a\theta''} = \lambda\right)$, *est une courbe de l'ordre* $2mn''(m'n''' + m'''n' + 2n'n''')$.

$$\begin{array}{llll} x, & n'(2m'' + 2n'')\,mn''' & u & \\ u, & n''mn'''(2m' + 2n') & x & \end{array} \Bigg| \; 2mn''(m'n''' + m'''n' + 2n'n''').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''mn'''n'$ aux deux points circulaires ; 2° m points multiples d'ordre $n'''n''2n'$ aux m points a de U_m ; 3° $m'''mn''$ points multiples d'ordre $2n'$ sur les tangentes de $U^{n'}$ menées des $m'''m$ points où les asymptotes de $U^{n'''}$ rencontrent U_m ; 4° m' points multiples d'ordre $2n''mn'''$ aux m' points de $U^{n'}$.

» Théorème réciproque :

» XXV. *On mène de chaque point* a *d'une courbe* U_m *deux tangentes* $a\theta$, $a\theta'$ *à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$, *et sur la seconde on prend les points* x *d'où l'on peut mener à une courbe* $U^{n'''}$ *une tangente* $x\theta''$ *proportionnelle à la tangente* $a\theta$, $\left(\frac{\theta''x}{a\theta} = \lambda\right)$: *le lieu de ces points* x *est une courbe d'ordre* $2mn''(m'n''' + m'''n' + 2n'n''')$ [XVII].

$$\begin{array}{llll} a, & n''n'''(2m' + 2n')m & \alpha & \\ \alpha, & n'(2m''' + 2n''')n''m & a & \end{array} \Bigg| \; 2mn''(m'n''' + m'''n' + 2n'n''').$$

» Les théorèmes suivants, relatifs à des courbes enveloppes, démontrés directement, se pourraient aussi conclure comme conséquences des précédents.

» XXVI. *De chaque point* a_1 *d'une courbe* U_{m_1}, *on mène les tangentes* $a_1\theta$ *d'une courbe* $U^{n'}$, *et des points de contact* θ, *des droites* θa *à des points* a *d'une courbe* U_m, *tels que l'on ait la relation* $\frac{a_1\theta}{a_1 a} = \lambda$: *ces droites* θa *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(2m' + n')$ [VII].

$$\begin{array}{llll} \text{IX}, & m'm_1\,2m & & \text{IU} \\ \text{IU}, & m(2m' + 2n')m_1 & [\text{I}] & \text{IX} \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(2m' + n').$$

» XXVII. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m, *on mène les tangentes* $a\theta'$ *d'une courbe* $U^{n''}$, *et des points de contact* θ' *on mène des droites* $\theta' a_1$ *à des points* a_1 *d'une courbe* U_{m_1}, *tels que l'on ait* $\frac{\theta' a_1}{\theta' a} = \lambda$: *les droites* $a_1 a$ *enve-*

loppent une courbe de la classe $2mm_1(m''+2n'')$ [VIII].

$$\begin{array}{llll} \text{IX}, & mn''2m_1 & & \text{IU} \\ \text{IU}, & m_1(2m''+2n'') & [\text{II}] & \text{IX} \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(m''+2n'').$$

» XXVIII. *De chaque point* a_1 *d'une courbe* U_{m_1} *on mène les tangentes* $a_1\theta$ *d'une courbe* $U^{n'}$ *et des droites* a_1a *à des points* a *d'une courbe* U_m *tels que l'on ait* $\frac{a_1a}{a'\theta} = \lambda$; *ces droites* a_1a *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(m'+2n')$ [XI].

$$\begin{array}{llll} \text{IX}, & m_1n'2m & & \text{IU} \\ \text{IU}, & m(2m'+2n')m_1 & [\text{I}] & \text{IX} \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(m'+2n').$$

» XXIX. *De chaque point* a *d'une courbe* U_{m_1} *on mène les tangentes* $a_1\theta$ *de* $U^{n'}$; *et des points de contact* θ *les droites* θa *aux points* a *d'une courbe* U_m *tels, que l'on ait* $\frac{a_2\theta}{\theta a} = \lambda$; *les droites* θa *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(2m'+n')$ [XII].

$$\begin{array}{llll} \text{IX}, & m'm_1 2m & & \text{IU} \\ \text{IU}, & m(2m'+2n')m_1 & [\text{I}] & \text{IX} \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(2m'+n').$$

» XXX. *De chaque point* a *d'une courbe* U_{m_1}, *on mène les tangentes* $a_1\theta'$ *d'une courbe* $U^{n'}$, *et des points* θ_1 *des droites* $\theta'a$ *à des points* a *d'une courbe* U_m *tels, que l'on ait* $\frac{a_1\theta'}{a\theta'} = \lambda$; *les droites* a_1a *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(m''+2n''')$ [XV].

$$\begin{array}{llll} \text{IX}, & m_1n''2m & & \text{IU} \\ \text{IU}, & m(2m''+2n'')m_1 & & \text{IX} \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(m''+2n'').$$

» XXXI. *Si l'on prend sur deux courbes* U_{m_1}, U_m *deux points* a_1, a *tels, que l'on puisse mener à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n'''}$ *deux tangentes* $a_1\theta$, $a\theta''$ *dont le rapport soit constant* $\left(\frac{a_1\theta}{a\theta''} = \lambda\right)$: *les droites* a_1a *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(m'n''' + m'''n' + 2n'n'')$ [XVII].

$$\begin{array}{llll} \text{IX}, & m_1(2m'''+2n''')m & & \text{IU} \\ \text{IU}, & mn''(2m'+2n')m_1 & & \text{IX} \end{array} \Bigg| \; 2mm_1(m'n''' + m''n' + 2n'n''). \text{ »}$$

MÉTHODES SCIENTIFIQUES. — *Philosophie et enseignement des Mathématiques. Sur la réduction des démonstrations à leur forme la plus simple et la plus directe;* par M. DE SAINT-VENANT.

« M. Villarceau, dans la séance du 26 juin (1), a cité Lamé comme ayant remarqué que tout résultat ou théorème simple devait pouvoir se démontrer simplement. J'avais, en 1849, exprimé la même chose dans une Communication faite à la Société Philomathique (2). J'y disais qu'en général un théorème peut recevoir une infinité de démonstrations; mais qu'il n'a qu'une *raison*, un *pourquoi*, dont l'expression offrira généralement sa démonstration la plus naturelle, la plus simple, ainsi que la plus facile à retenir.

» C'est ainsi qu'une foule de théorèmes de Géométrie élémentaire ou élevée, de Trigonométrie, de Statique ou de Dynamique, démontrés naguère par des circuits de raisonnements et de calculs, ont été reconnus n'être que la conséquence de cette simple et évidente vérité, que la projection, sur une droite, du chemin direct d'un point à un autre, est égale à la somme des projections des parties de tout chemin polygonal menant aussi du premier au second point, genre de considération susceptible d'être étendu aux aires (3). Et l'on peut même, en regardant le chemin direct comme une somme *géométrique*, exprimable par les mêmes signes que les sommes algébriques, démontrer sans projections et en quelques lignes beaucoup de théorèmes (4).

» J'ajoutais qu'il y avait un moyen assez général de réduire ainsi à cette forme la plus simple une démonstration donnée. Il consiste à substituer d'abord aux lemmes ou aux théorèmes déjà connus qu'elle invoque les propres démonstrations de ces théorèmes et de ces lemmes, et à faire des substitutions semblables pour les propositions antérieures sur lesquelles ceux-ci eux-mêmes s'appuient; puis à passer en revue et à rapprocher les unes des autres les diverses parties de la démonstration *totale* ainsi con-

(1) *Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 1469.

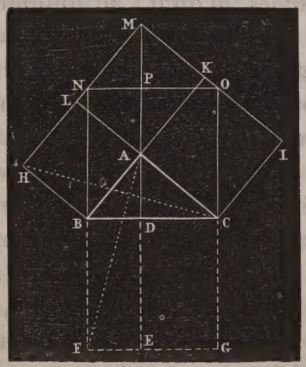
(2) *Bulletin* de cette Société, séance du 5 mai, ou l'*Institut*, numéro 803, paru le 23 mai.

(3) C'est par des projections d'aires infinitésimales que j'ai pu arriver géométriquement à beaucoup de formules relatives aux courbes non planes (*Journal de l'Éc. Pol.*, XXX^e^ Cahier, 1845, ou *Comptes rendus*, 1844, t. XIX, p. 547.)

(4) M. Grassmann, de Stettin, avait donné l'idée de ces *sommes* et de ce calcul *géométrique* (*Der lineale Ausdehnungslehre*, Leipzig, 1844) avant ma Communication du 15 septembre 1845 (*Comptes rendus*, XXI, p. 620).

struite. On apercevra en effet, entre les parties non contiguës, des relations connues, souvent même évidentes, qui permettent de passer directement des unes aux autres en supprimant les intermédiaires, de même qu'on efface les termes qui se détruisent dans une formule où l'on a substitué, à quelques lettres, les expressions polynômes dont ces lettres tenaient lieu. On se trouvera ainsi conduit, d'une manière dont on s'étonnera soi-même, après un travail de patience qu'on verra s'abréger d'une manière imprévue, à une démonstration aussi simple que directe, se basant quelquefois sur les seules définitions.

» Veut-on en faire l'application à un théorème vulgaire, soit celui du carré de l'hypoténuse.



» Si BFGC est ce carré, dont on veut prouver l'équivalence à la somme de ceux ABHL, ACIK élevés sur les côtés AB, AC du triangle BAC rectangle en A, la démonstration Euclidienne se tire de ce que deux certains triangles obtusangles HBC, ABF se trouvent dans l'un des cas pour lesquels on a précédemment démontré, par superposition, l'égalité des triangles; et sur ce qu'ils ont respectivement des aires équivalentes, pour le premier, à la moitié du carré ABHL, pour l'autre à la moitié du segment BDEF du grand carré, détaché par une perpendiculaire ADE abaissée de A sur BC, etc.; lemme qui se fonde lui-même sur l'équivalence de parallélogrammes doubles de ces triangles à un rectangle ou carré de même base et de même hauteur, vu qu'on les y transforme en ajoutant à chacun un triangle superposable à un autre triangle qu'on en retranche.

» Eh bien, à tous ces lemmes, substituons leurs démonstrations, en construisant, pour plus de commodité, le carré BCON sur BC, de manière qu'il ait le triangle BAC à son intérieur. Il est clair que, si nous faisons glisser

suivant sa propre direction le côté DAP du segment rectangle BDPN jusqu'à ce qu'il ait pris la situation AM, sa figure, devenue BAMN, aura conservé la même superficie, puisque, dans son mouvement, il aura perdu d'un côté et gagné de l'autre deux aires triangulaires dont la première, par un glissement analogue, serait amenée à se superposer à la seconde. Faisons maintenant glisser de la même manière le côté MN de la figure BAMN jusqu'à ce qu'il arrive en LH; elle sera devenue aussi, sans changer d'aire, le carré ABHL. Donc ce carré est équivalent au segment BDPN. La même chose peut être dite de l'autre segment et de l'autre carré. Donc, etc.

» Je ne prétends pas que cette démonstration ne s'appuie que sur les définitions et sur les axiomes, ni qu'il y ait toujours avantage à pousser les substitutions jusque-là, ni qu'elle soit très-certainement exprimable en moins de mots que toute autre. Toujours est-il qu'elle est plus patente, plus intuitive, plus propre, je crois, à se graver dans l'esprit, pour n'en plus sortir, que celle qui commence par une considération indirecte, comme est celle des deux triangles scalènes HBC, ABF qui ne sont, dans la figure, les parties ni les transformés de rien; enfin qu'elle se présente comme le vrai *pourquoi* du théorème, ou au moins qu'elle s'en rapproche. Et, quoique la Géométrie élémentaire, depuis longtemps amenée à une grande concision, soit peut-être le sujet le moins propre à ma thèse, je crois pouvoir avancer que, si les démonstrations des divers théorèmes et résultats dont se compose chaque branche des Mathématiques étaient soumises à des transformations de ce genre, de grandes simplifications se trouveraient révélées; et comme rien n'empêcherait de grouper, ensuite, en lemmes, communs à plusieurs démonstrations, une partie des raisonnements, un pareil travail conduirait sans doute au système des démonstrations les plus brèves comme les plus directes dans chaque branche.

» Je disais aussi, en 1849, que cette méthode de réduction s'appliquera très-bien, comme je l'ai souvent éprouvé, aux démonstrations qui se basent sur des théorèmes analytiques. En substituant à ces théorèmes, même d'analyse élevée, leurs démonstrations, et en les traduisant géométriquement suivant les cas, on voit, après un certain travail, comme en Géométrie pure, s'opérer les réductions, et ressortir finalement une démonstration dégagée des considérations d'Analyse qui ne lui étaient point essentielles.

» Mais on sera conduit, j'en suis persuadé, si l'on entre dans une telle voie de simplification, à éliminer même, et tout à fait, les longs raisonnements, variés de tant de manières, mais toujours embarrassés et jamais

satisfaisants, par lesquels on semble persister à en envelopper d'autres, simples, clairs et hautement rationnels, qu'on veut écarter, quoique finalement ils s'imposent toujours quand ce ne serait que dans les applications. Il n'est pas difficile, en effet, de se convaincre que les méthodes et considérations tant anciennes que modernes d'exhaustion, de limites, de rapports d'évanouissants, de fluxions, de développements bornés à leurs premiers termes, de différences qu'on annule par réduction à l'absurde, etc., ne font que déguiser, masquer la considération de l'infiniment petit, qui se trouve, quoi qu'on fasse, au fond de toutes, parce qu'elle est dans la continuité des grandeurs; considération qui, si elle est, au contraire, présentée à découvert et sans détour aux élèves, même à peine adolescents, est saisie aussitôt et acceptée ardemment par eux comme lucide et pleinement satisfaisante. Et pourquoi ne l'accepteraient-ils pas aussi bien, par exemple, que la définition des angles (à laquelle Vincent a eu l'heureuse hardiesse d'ajouter, dès les préliminaires de sa Géométrie, et l'on voit dans quel but, celle des *bandes* de Bertrand, de Genève)?

» Il y a du mystère, sans doute, dans l'infini, bien que nous en ayons, dit Fénelon, une idée précise; et il y en a aussi, à coup sûr, dans l'infiniment petit. Est-ce une raison pour les rejeter, ou les tourner, les dissimuler? Je ne le vois nullement.

» Est-il fâcheux qu'il y ait du mystère en Mathématiques? C'est heureux plutôt : oui, c'est un bonheur qu'il soit inévitable, car, ici comme ailleurs, l'acceptation motivée du mystérieux nous met en rapport avec son souverain principe; elle nous ouvre, par cela seul, les horizons larges, et transporte allègrement, ici notre intelligence, là notre cœur et notre volonté, dans des régions supérieures, qui, en Mathématiques, sont appelées transcendantes, bien que, dès l'Arithmétique, il faille y faire un premier pas, suivi forcément d'autres plus marqués, en Géométrie, où l'infini entre dans les définitions, et la continuité partout. Et cet appui sur le mystère a, en tous sujets, les conséquences *pratiques* les plus libres de toute obscurité, au point que, dans un autre ordre d'idées que celui qui nous occupe ici, ces conséquences, ces règles sont trouvées, par bien des hommes, *trop claires*, et c'est pour cela précisément qu'ils combattent ce dont elles découlent, comme disait finement un grand orateur, dont l'image sympathique orne le vestibule conduisant à nos séances.

» Je ne veux pas ici faire la métaphysique de l'infini et de sa distinction de l'indéfini; et, tout en rejetant comme contradictoire l'opinion qu'il puisse y avoir un *nombre infini* de choses ou de parties de choses existantes, je

n'examinerai pas non plus, comme a fait devant nous M. Transon (1), si l'espace qui, pas plus que le temps, n'est une chose, admet, pris comme purement intelligible et non objectivement réel, l'infini en étendue et l'infini en divisibilité, ou bien s'il faut, pour lui comme pour les êtres créés, s'en tenir à l'*indéfini*. Toutefois, j'ajoute, comme il l'a fait, que l'idée de l'indéfini implique celle de l'infini en soi. Elle n'a, en effet, sa raison que dans notre assurance qu'une puissance souveraine existe de créer des mondes nouveaux au delà du monde, et d'insérer indéfiniment de nouveaux êtres dans les plus petites divisions de l'espace, si c'était sa volonté.

» Et je termine simplement en observant que, depuis quatre-vingts ans, le Conseil d'une haute École prescrit l'emploi exclusif, dans le cours d'Analyse, de la méthode des infiniment petits, et que cette décision n'a jamais été, je crois, obéie; d'où il suit que la même méthode est à peu près exclue des études préparatoires qui, cependant, seraient rendues plus brèves et plus claires si, comme du temps de l'excellent Bezout, on s'en permettait l'emploi. Y aurait-il là une cause du dégoût et de l'abandon, pour ne pas dire de la haine de la Science, qu'emporte, comme résultat final de longues et pénibles études, la majorité des élèves, une fois subis les examens qui ouvrent les carrières?

» Mais les voies et moyens, me dira-t-on, quels seraient-ils pour introduire dans l'enseignement les simplifications désirables, urgentes même si l'on veut se ménager le temps de pousser plus loin qu'on ne fait ce qui sert aux applications, exigeant pour la plupart le maniement du plus haut calcul, ainsi que des méthodes d'approximation les plus délicatement raisonnées? Faudra-t-il pour cela revenir à la multiplicité et à l'organisation ancienne des Universités, conservées partout ailleurs qu'en France, et à leur autonomie aussi large sous le rapport de l'enseignement que sous celui de l'appréciation de ses résultats? C'est ce qu'ont pensé et exprimé, il y a cinq ans, dix de mes plus autorisés confrères, par de chaudes et lumineuses paroles, consignées par six d'entre eux aux *Comptes rendus* des 6 et 13 mai 1871 (2). Je ne peux qu'y adhérer encore aujourd'hui pleinement. »

---

(1) *Sur l'emploi de l'infini en Mathématiques*, Note lue de sa part, le 17 août 1871, par Élie de Beaumont, et insérée aux *Comptes rendus*, t. LXXIII, p. 367.

(2) T. LXXI, p. 238, 239, 261, 269.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Note au sujet d'une Communication de M.* Sacc, *intitulée : « De la panification aux Etats-Unis et des propriétés du houblon comme ferment »*; par M. L. PASTEUR.

« M. Sacc a communiqué à l'Académie, dans sa séance du 6 décembre 1875, une Note concernant la panification aux États-Unis. Des pratiques qu'il décrit et au nombre desquelles se trouve celle de l'emploi d'une décoction de houblon, l'auteur déduit plusieurs conséquences. La plus importante est relative à la prétendue existence d'un ferment alcoolique soluble dans les cônes du houblon :

« La panification par le houblon, dit M. Sacc, diffère donc de la panification au levain en ce que la fermentation de la farine est instantanée, ce qui dispense de la préparation longue, coûteuse et incertaine du levain: c'est une pratique qui me semble devoir être introduite sur une large échelle en Europe.

» Maintenant, comment agit la solution de houblon sur la farine? Absolument comme la levûre, mais avec une telle force que son action est instantanée. Il y a donc dans les cônes de houblon un ferment alcoolique bien plus énergique que celui qui existe dans la levûre de bière. Ce ferment est soluble dans l'eau, et, particularité unique dans l'histoire des ferments, il résiste à l'action de l'eau bouillante. »

» Voulant savoir à quoi m'en tenir sur ces révélations inattendues au sujet des propriétés de la décoction du houblon, je les ai soumises à une vérification expérimentale, avec l'aide de M. Chamberland, agrégé-préparateur à l'École Normale supérieure et de M. le Directeur de la boulangerie Scipion.

» On a fait de la pâte avec deux portions égales de farine du poids de $2^{kg},500$ chacune; mais l'une a été pétrie avec de l'eau tiède ordinaire, l'autre avec une décoction de houblon préparée comme l'indique M. Sacc. Ces deux pâtes ont été placées dans de larges bocaux cylindriques, en verre, à la température de 25 degrés. Douze heures après, la pâte sans houblon avait levé de $\frac{1}{2}$ centimètre environ en hauteur, celle avec houblon n'avait pas changé de volume; ce n'est que dix heures après qu'elle a commencé à lever.

» Des organismes microscopiques ont apparu en même temps que le soulèvement de la pâte dans les deux cas. Ils sont devenus de plus en plus nombreux au fur et à mesure que les pâtes levaient. Les deux pâtes sont arrivées au même volume maximum au bout de trente-six heures. On a noté que les organismes de la pâte à houblon ont été un peu moins variés que ceux de la pâte ordinaire.

» Les pâtes, après s'être affaissées dans les deux bocaux, ont commencé

à lever de nouveau. Le microscope a montré alors les globules de levûres de bière ordinaire.

» On a recommencé des expériences comparatives à des températures moins élevées, de 16 à 20 degrés. Les pâtes ont toujours levé à peu près en même temps dans ces nouveaux essais et ont toujours atteint sensiblement le même volume maximum. La levûre de bière ne s'est présentée qu'accidentellement; généralement, il ne se développe que de petits organismes filiformes articulés, mobiles ou immobiles, de 1 à 2 millièmes de millimètre de diamètre.

» Le levain de la boulangerie Scipion, qui est un levain sans levûre de bière, montre des organismes analogues, quoique de structure un peu plus uniforme que ceux qui apparaissaient spontanément dans nos pâtes et sans mouvements.

» Des pains ont été faits avec les pâtes préparées comme il vient d'être dit, cuites en temps voulu. Ils étaient assez mal levés, mais différaient très-peu les uns des autres. Les pains au houblon avaient seulement un peu plus d'amertume et étaient préférés pour ce motif par quelques personnes; d'autres donnaient au contraire la préférence au pain sans houblon.

» Nous avons fait de nouveaux pains en nous servant des pâtes des expériences précédentes en guise de levain et toujours en pétrissant, dans un cas avec de l'eau tiède ordinaire, dans l'autre cas avec la décoction de houblon. Tout s'est passé comme dans les expériences précédentes, avec cette différence que les pâtes levaient beaucoup plus vite, ce qui se comprend aisément, puisque les organismes agissant comme levain étaient, dès le début, nombreux, adultes et prêts pour la multiplication.

» Il a paru probable que, par des répétitions de panification dont la première serait spontanée et les suivantes toujours déterminées par le levain de l'opération précédente, on arriverait facilement à avoir dans leur nature et leur uniformité les mêmes ferments que dans les levains de pâte des boulangeries qui, comme à Scipion, n'emploient jamais de levûre de bière.

» Toutes nos expériences conduisent à ce résultat que, contrairement aux assertions de M. Sacc, le houblon n'a aucune influence pour faire lever la pâte, et qu'on ne peut admettre qu'il renferme un ferment alcoolique soluble. La pâte lève par suite du développement d'organismes microscopiques; le houblon peut favoriser ou empêcher la production de certains d'entre eux; il donne surtout au pain un peu d'amertume qui peut plaire à certaines personnes et à laquelle on doit s'habituer facilement. Ce sont là probablement les raisons d'être de l'emploi de cette substance dans la

panification aux États-Unis. N'ayant d'autre but que de m'éclairer sur l'assertion de M. Sacc, relative à l'existence d'un ferment alcoolique soluble, je n'ai pas poussé plus loin ces investigations, malgré tout l'intérêt qu'elles peuvent offrir au point de vue économique. »

BOTANIQUE. — *De la théorie carpellaire d'après des Amaryllidées* (quatrième partie : *Narcissus*); par M. **A. Trécul.**

« La fleur des *Narcissus* que j'ai examinés, à part quelques détails de structure et l'insertion des étamines qui varie, comme l'on sait, est construite sur le même plan.

» Dans le pédoncule du *Narcissus Bulbocodium*, qui n'a que douze faisceaux : six gros et six plus petits alternes avec eux et plus externes; les six gros, que l'on peut considérer, si l'on veut, comme formant deux triangles alternes, se relient entre eux au sommet du pédoncule. Cette union se fait par de courtes branches, et il en émane des rameaux qui se répandent dans le centre, en s'anastomosant entre eux; puis, un peu plus haut, ils se disposent en un triangle dont les angles sont opposés à la base des cloisons. Près du fond des loges, le triangle possède, outre les trois faisceaux des angles, deux faisceaux sur chaque face. Près de l'insertion des ovules inférieurs, il n'y a plus que six faisceaux placentaires, un de chaque côté de l'extrémité interne de chaque cloison ; leurs vaisseaux sont tournés vers le dehors. Cet état persiste jusque vers les ovules supérieurs, où commencent les glandes septales, qui s'ouvrent sur le fond du tube du périanthe. Près de la base de ces glandes, chaque faisceau placentaire se divise en deux ou trois courtes branches, qui se rangent sur le côté correspondant de la glande voisine.

» Retournons à la base de la fleur, où les six gros faisceaux du pédoncule se sont unis pour donner les placentaires. Ils montent ensuite dans la paroi externe de l'ovaire. Trois s'opposent aux loges et trois aux cloisons. Près du sommet de l'ovaire chacun de ces six faisceaux se bifurque radialement deux fois. Les faisceaux opposés aux loges donnent d'abord une première branche qui s'incline sur le sommet de la loge, puis se redresse sous le style, dans lequel elle entre et se prolonge en opposition avec un angle du canal central; elle se termine près du sommet stigmatique en s'élargissant en une sorte de petit pinceau vasculaire oblique (1). Un peu au-

(1) Dans les autres espèces citées, elle est là tout à fait indivise.

dessus de l'insertion de cette nervure médiane carpellaire, la seconde bifurcation du même faisceau produit une autre branche interne, qui entre dans une étamine oppositisépale, insérée près du fond du tube périanthique, tandis que la branche externe monte dans le sépale placé au-dessus, où elle forme la nervure médiane.

» Les faisceaux opposés aux cloisons émettent d'abord, vers le sommet de l'ovaire, de courtes branches recourbées en arcades, qui vont rejoindre les faisceaux placentaires divisés de chaque côté des glandes septales. Un peu plus haut les mêmes faisceaux opposés aux cloisons donnent une autre branche qui entre dans une étamine oppositipétale, insérée aussi près du fond du tube du périanthe, tandis que le faisceau externe monte dans le pétale correspondant, dont il forme la nervure médiane.

» Outre les six gros faisceaux dont il vient d'être parlé, le pédoncule, ai-je dit, en a six plus petits alternes avec eux. Ces six faisceaux grêles entrent librement dans la paroi externe de l'ovaire, c'est-à-dire sans contracter d'union avec les autres. C'est au moins le cas le plus ordinaire, s'il n'est pas constant. Ils montent dans la paroi ovarienne en s'interposant aux six principaux. Près du sommet de l'ovaire, chacun d'eux se bifurque tangentiellement ; les deux branches montent dans le tube du périanthe où, vers le tiers ou le quart de la hauteur de celui-ci, chaque branche se bifurque de nouveau : un rameau se prolonge dans la couronne, l'autre rameau, le plus rapproché de la nervure médiane du sépale ou du pétale placé au-dessus, se prolonge dans le côté correspondant de ce sépale ou de ce pétale, dont il forme la nervure latérale, qui se termine en s'unissant à la médiane près du sommet de l'organe. Dans trois fleurs examinées, chaque sépale et chaque pétale n'avaient ainsi que trois nervures : une médiane et deux latérales. Dans une quatrième fleur les sépales avaient une nervure de plus de chaque côté ; elle était plus courte que les autres et avait son extrémité libre ; elle provenait d'un prolongement du rameau de la seconde bifurcation qui, dans les trois autres fleurs, se rendait seulement dans la couronne. Celle-ci, insérée au sommet du tube du périanthe, reçoit des rameaux de tous les faisceaux qui parcourent longitudinalement le tube. Le faisceau qui produit la nervure médiane de chaque sépale ou de chaque pétale donne ordinairement deux faisceaux à la couronne ; les autres faisceaux du tube n'en donnent le plus souvent qu'un.

» Telle est la constitution la plus simple et la plus régulière que j'aie observée dans la fleur des Narcisses. Comme les bifurcations *radiales* des six faisceaux principaux se reproduisent dans toutes les espèces pour

donner les faisceaux staminaux et les nervures médianes des carpelles, des sépales et des pétales, en variant seulement la hauteur de l'insertion, je n'en parlerai plus.

» Quoique contraint par l'espace d'abréger mes descriptions, je crois devoir indiquer une particularité que m'a offerte le *Narcissus iuncifolius*. N'ayant pu examiner qu'un petit nombre de fleurs de cette jolie petite espèce, je ne sais si elle se reproduit toujours; je puis seulement ajouter que je l'ai retrouvée dans une autre plante voisine. Le nombre des gros faisceaux du pédoncule est variable ; il y en a quelquefois seulement quatre ou cinq. J'ai dit, en parlant du *N. Bulbocodium*, que, quand il y en a six, on peut les regarder comme formant deux triangles alternes. Ce qui suit vient appuyer cette opinion. Dans un pédoncule où les six gros faisceaux étaient inégaux et irrégulièrement disposés, et avec lesquels en alternaient de plus petits, de façon à constituer deux verticilles et le commencement d'un troisième, trois gros faisceaux seulement s'unissaient en triangle après avoir grossi dans la partie supérieure du pédoncule ; tandis que quatre autres des plus gros faisceaux après eux se bifurquaient au contraire et se répartissaient à la périphérie avec les autres petits faisceaux. Des angles du triangle central se détachaient d'abord trois faisceaux : c'étaient les faisceaux opposés aux loges. De chaque face du triangle se dégageaient ensuite un faisceau qui plus haut s'opposait à une cloison et deux faisceaux latéraux qui se portaient vers le centre pour former les faisceaux placentaires. Ainsi, dans ce singulier exemple, trois faisceaux seulement, *après s'être reliés en triangle, produisaient et les placentaires et les six faisceaux périphériques principaux*.

» Les placentaires, vers le bas des loges, sont assez irrégulièrement disposés en un triangle dont les angles sont opposés aux cloisons; mais vers l'insertion des ovules inférieurs, où les cloisons sont disjointes à leur extrémité interne, il y a trois faisceaux dans cette extrémité de chacune d'elles : un médian et deux latéraux. Plus haut le médian se bifurque et disparaît par l'union des branches avec les latéraux voisins. Il reste donc alors deux faisceaux placentaires dans chaque cloison. Ils se divisent vers le haut des loges et se répartissent de chaque côté des glandes septales.

» Nous avons vu que dans le pédoncule, outre les faisceaux qui ont pris part à la formation des six principaux de la paroi ovarienne et de ceux des placentas, il y en avait d'autres, dont quelques-uns se bifurquaient tangentiellement. Ces petits faisceaux entrent dans l'ovaire, où ils s'interposent aux six principaux de la paroi, de façon que, dans chaque intervalle, il y en a deux ou trois, ou seulement un. Quelques-uns se relient quelquefois aux

gros à la base de l'ovaire. S'il y en a deux dans chaque intervalle, ils peuvent provenir d'un même faisceau bifurqué dans le pédoncule; on trouve quelquefois que les petits faisceaux de deux intervalles proviennent d'un même faisceau du pédoncule. Quand il y en a deux dans chaque intervalle des principaux, ils entrent tous les deux dans le tube du périanthe; s'il n'y en a qu'un vers le bas de l'ovaire, il se bifurque plus ou moins haut à l'intérieur de celui-ci, où à son entrée dans le tube du périanthe ou plus haut. Alors chacune des deux branches monte dans le côté correspondant du sépale ou du pétale placé au-dessus; elle se divise ordinairement avant d'y entrer et aussi après, pour former les nervures latérales divergentes, qui se terminent à des hauteurs différentes près des bords des sépales et des pétales. Chaque branche émet en outre, dans la partie supérieure du tube, ainsi que les faisceaux principaux, des rameaux qui se prolongent dans la couronne.

» Au sommet de l'ovaire, les trois faisceaux opposés aux cloisons émettent, de chaque côté, des rameaux qui vont rejoindre les placentaires situés près des glandes septales. On trouve aussi de tels rameaux partant des faisceaux secondaires interposés aux principaux.

» Dans le *Narcissus aureus*, le pédoncule a présenté six gros faisceaux internes et six plus grêles alternes avec eux; quelques autres petits peuvent alterner avec quelques-uns des précédents ou être placés derrière des gros. Au sommet du pédoncule les six gros faisceaux s'unissent et les petits aussi entre eux et avec les gros, au moins une partie. Un peu plus haut, tandis que les faisceaux placentaires se séparent de ces points de jonction et se portent vers le centre, où ils se relient les uns aux autres, donnent deux faisceaux opposés à chaque cloison avec vaisseaux en dehors, puis se divisent au sommet des loges et entourent les glandes septales d'un cercle de dix faisceaux environ, six autres faisceaux se portent à la périphérie et forment les principaux de l'ovaire qui émettent les faisceaux staminaux et les nervures médianes des sépales et des pétales. Il est à peine besoin de rappeler que les trois opposés aux loges donnent en outre les nervures médianes carpellaires. Dans chaque intervalle de ces six faisceaux principaux de l'ovaire s'interposent deux ou trois fascicules longitudinaux, mais tous ceux-ci n'entrent pas dans le tube du périanthe. L'un d'eux se bifurque soit en haut de l'ovaire, soit vers le milieu, soit en bas; l'autre ou les autres sont d'ordre inférieur. Partis de la base de l'ovaire ou d'un faisceau principal, ils vont se terminer ordinairement plus ou moins haut sur l'une des branches de celui qui est bifurqué. Les

deux branches de ce dernier se bifurquent de nouveau dans le tube à des hauteurs variables, et donnent des rameaux qui vont former les nervures latérales des sépales et des pétales, et des ramuscules qui entrent dans la couronne, s'y terminent indivis, s'y bifurquent deux ou trois fois ou s'allient à leurs voisins.

» Dans le pédoncule du *Narcissus Gouani*, les faisceaux sont plus nombreux que dans les espèces précédentes. Six gros sont internes, six moyens un peu plus extérieurs alternent avec les six gros; douze plus petits alternent avec les douze précédents; les plus externes, petits aussi, sont placés moins régulièrement. Il en est à peu près de même dans les *Narcissus pseudonarcissus* et *poeticus*. Les six gros et les moyens alternes avec eux fournissent en s'alliant les éléments des faisceaux placentaires, qui se disposent d'abord en triangle au-dessous des loges, et plus haut prennent des arrangements variés que l'espace ne me permet pas de décrire ici. Au sommet des cloisons, ils entourent les glandes septales et sont reliés avec les périphériques par des rameaux dont il sera fait mention plus loin. Dans chaque intervalle des six principaux de la paroi ovarienne externe, il y a trois faisceaux plus grêles, dont le médian était le plus fort et se bifurquait au sommet de l'ovaire. Il entrait donc dans le tube du périanthe quatre faisceaux dans chaque intervalle des six principaux.

» Le pédoncule du *Narcissus intermedius* est de ceux où le nombre des gros faisceaux est variable. Dans l'ovaire il y a aussi plusieurs faisceaux interposés aux six principaux, et ils sont assez irrégulièrement liés les uns aux autres. L'espace ne me permet pas d'en dire davantage.

» Dans la fleur du *Narcissus pseudonarcissus*, il y avait trois faisceaux secondaires longitudinaux dans chaque intervalle des six principaux avec quelques-uns d'ordre inférieur plus déliés. De ces trois faisceaux les deux plus rapprochés d'un faisceau principal opposé à une loge montaient directement dans le tube du périanthe, tandis que le troisième, qui était voisin d'un faisceau principal opposé à une cloison, se bifurquait tangentiellement au sommet de l'ovaire. Une des branches de la fourche se bifurquait de nouveau un peu plus haut, puis l'autre branche plus haut encore, et aussi les autres faisceaux, en sorte que le nombre des nervures augmente graduellement en montant dans le tube du périanthe. Tous ces faisceaux, après avoir donné des rameaux à la couronne, vont produire les nervures latérales des sépales et des pétales, dans lesquels ils se subdivisent encore. Les deux ou trois nervures les plus rapprochées de la médiane sont seules reliées entre elles par leur extrémité ou avec la mé-

diane; les autres qui se terminent près des bords, à des hauteurs variables, sont libres par leur extrémité supérieure.

» Dans la fleur du *Narcissus poeticus*, il y a dans la partie moyenne de l'ovaire six à sept faisceaux longitudinaux dans chaque intervalle des principaux, mais tous ne s'étendent pas de la base au sommet. Quelques-uns ne sont que des rameaux tertiaires insérés sur les principaux ou sur les secondaires; ils présentent d'assez fréquentes liaisons par des ramuscules plus ou moins obliques. Le tout forme une sorte de réseau très-irrégulier. Il entre communément cinq de ces faisceaux secondaires dans le tube du périanthe pour chaque intervalle des six principaux, et il en est qui se bifurquent déjà dans la région moyenne du tube; mais tous le font dans la partie supérieure de celui-ci, soit pour se relier les uns aux autres, soit pour fournir les faisceaux de la couronne, soit pour donner les nervures latérales des sépales et des pétales, dans lesquels ils se ramifient encore. Il est à remarquer que, des cinq faisceaux de chaque intervalle qui passent de l'ovaire dans la base du tube périanthique, les trois plus rapprochés du faisceau qui forme la nervure médiane d'un sépale vont constituer les faisceaux latéraux du côté correspondant de ce sépale, tandis que les deux autres, qui sont plus rapprochés du faisceau qui donne la nervure médiane du pétale adjacent, fournissent les nervures latérales du côté de ce pétale placé au-dessus. Dans les pétales et surtout dans les sépales, les nervures latérales, multipliées par des divisions successives, sont unies par de nombreux petits faisceaux plus ou moins obliques ou longitudinaux, mais leurs extrémités sont toujours libres auprès du bord de la lame, où ils se terminent à toutes les hauteurs.

» Au sommet des ovaires des *Narcissus Gouani, pseudonarcissus* et *poeticus*, les faisceaux périphériques opposés aux cloisons et aussi les faisceaux secondaires longitudinaux envoient vers le centre des rameaux plus ou moins sinueux et horizontaux, qui vont rejoindre les divisions des placentaires rangées autour des glandes septales, comme il y en a aussi dans les espèces précédentes, où les faisceaux secondaires sont en plus petit nombre. Dans le *N. pseudonarcissus*, de ces rameaux sinueux se dirigeaient aussi vers les nervures médianes carpellaires près d'entrer dans le style.

» Dans la fleur des *Narcissus Bulbocodium, juncifolius, aureus* et *intermedius*, les cloisons de l'ovaire ne possèdent pas d'autres faisceaux transverses que ces faisceaux du sommet. Il n'en est pas de même dans l'ovaire des *Narcissus Gouani, pseudonarcissus* et *poeticus*. Dans le *Narcissus Gouani* j'ai trouvé des

faisceaux transverses à partir du tiers inférieur des cloisons et plus haut; tous arrivent aux placentaires après une marche plus ou moins sinueuse. Les faisceaux transverses sont bien plus nombreux à l'intérieur des cloisons de l'ovaire des *Narcissus pseudonarcissus* et *poeticus*. Il en existe à toutes les hauteurs, et il en vient non-seulement des faisceaux opposés aux cloisons, mais aussi de faisceaux longitudinaux secondaires, souvent très-éloignés de celles-ci et assez voisins des nervures médianes carpellaires.

» Mes conclusions seront consignées dans ma prochaine Communication. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Note au sujet de l' « Étude sur les ouragans de l'hémisphère austral », de M. le Commandant* Bridet (3e édition, publiée par ordre du Ministre de la Marine et des Colonies); par M. **Faye**.

« M. Bridet me charge de présenter à l'Académie la troisième édition de son remarquable ouvrage sur les ouragans de l'hémisphère austral, phénomènes qu'il a eu si souvent l'occasion d'étudier en sa qualité de capitaine de port à la Réunion. Les deux premières éditions étaient épuisées; M. le Ministre de la Marine a donc rendu un véritable service à la Science et aux navigateurs en faisant publier une édition nouvelle, à laquelle M. Bridet a ajouté une réponse aux critiques de M. Meldrum. L'auteur ayant eu connaissance de la Notice que j'ai publiée dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1875, grâce à la libéralité avec laquelle M. l'Amiral directeur du Dépôt des cartes de la Marine a bien voulu faire distribuer au loin un certain nombre de ces Notices, a tiré quelque parti de mes conclusions; mais je regrette vivement que mon article des *Comptes rendus* sur l'ouragan de 1860 ne lui soit pas parvenu : il y aurait vu que, de Paris même, on a pu le défendre avec quelque succès contre d'injustes critiques (1). Il y aurait trouvé aussi la solution des deux seules objections d'apparence sérieuse que M. Meldrum, le savant directeur de l'Observatoire de l'île Maurice, ait opposées aux lois des tempêtes dont M. le commandant Bridet s'est fait, à la Réunion, l'interprète habile et dévoué.

» J'ose croire que cet excellent ouvrage, qui manquait à notre Bibliothèque, sera accueilli favorablement par l'Académie. Malgré son titre, il ne s'adresse pas seulement aux navigateurs de l'autre hémisphère, car tous

(1) Voir l'article intitulé : *Les désastres de l'ouragan de* 1860, *près de la Réunion, sont-ils imputables aux lois cycloniques?* (*Comptes rendus*, t. LXXXI, p. 64; 1875).

les phénomènes décrits et les règles nautiques développées par l'auteur, avec une compétence parfaite, s'appliquent à l'hémisphère nord, pourvu qu'on y change quelques mots, tels que ceux qui indiquent le sens de la rotation des cyclones, ou celui des amures sous lesquelles il faut se préparer à recevoir la tempête.

» Cependant j'aurais voulu que l'auteur eût sacrifié, dans cette nouvelle édition, quelques pages finales consacrées à l'explication théorique des cyclones. Ces pages n'étaient pas nécessaires dans un ouvrage essentiellement destiné à exposer les faits et les règles pratiques qui en découlent, et elles ont, en outre, le défaut de présenter avec le reste du livre une contradiction qu'on rencontre, il est vrai, dans tous les livres publiés en France ou à l'étranger sur ce grave sujet. En effet, tant que les auteurs auxquels je fais allusion étudient les cyclones dans un but pratique, ils procèdent par la voie de l'observation, sans idée préconçue, et arrivent aisément à la vérité; mais, lorsqu'ils veulent faire de la théorie, ils changent subitement de route et procèdent par voie d'hypothèse. Alors se présente à leur esprit le préjugé vulgaire d'après lequel les typhons, les tornados, les trombes pompent l'eau de la mer jusqu'aux nues et aspirent quelque peu les navires eux-mêmes; ils se trouvent donc conduits fatalement à la théorie de l'aspiration centripète, sans faire attention qu'ils détruisent d'une main ce qu'ils ont édifié de l'autre.

» C'est-en profitant de cette distraction logique et de la communauté de préjugés que certains météorologistes modernes, qui procèdent aussi *a priori*, sans s'occuper beaucoup des faits et moins encore des règles de manœuvre en face du danger, sont parvenus à ébranler la confiance que les marins de tous les pays avaient d'abord accordée aux lois des tempêtes. Singulier service qu'ils auront rendu là à l'humanité!

» Il importe donc de dire ici que la vraie science, celle qui prend pour base les faits et non des idées préconçues, a prononcé en dernier ressort sur cette grave question. Le jugement qu'elle a rendu est pleinement favorable au livre de M. Bridet dans tout ce qu'il contient de prescriptions applicables en mer. Espérons que ce livre continuera à servir de guide à nos marins. Quant aux hommes de science, ils y trouveront une foule d'observations curieuses sur les cyclones de l'hémisphère austral et des appréciations du plus haut intérêt sur les signes précurseurs, la variation de la dépression cyclonique avec la distance, les ras de marée, l'action des hautes terres, l'influence prétendue de la Lune, les inondations et le rôle de la télégraphie entre Maurice et la Réunion. »

SPECTROSCOPIE. — *Nouvelles remarques sur la question du déplacement des raies spectrales dû au mouvement propre des astres;* par le P. SECCHI.

« Je prie l'Académie de me permettre de revenir sur ma dernière Communication, relative au déplacement des raies spectrales dû au mouvement propre des étoiles (1). Je crois d'autant plus important d'insister sur ce sujet, que la théorie de ces phénomènes n'est pas encore bien assise. Ayant relu l'intéressant Mémoire de M. Van der Willingen (2), j'ai été convaincu que, dans cette matière, il est nécessaire d'établir les faits avec une précision absolue. Il ne suffit pas d'attribuer un résultat à une imperfection de l'instrument, il faut encore indiquer l'origine de l'erreur et l'analyser.

» La Réponse que M. Huggins a faite à ma Note (3) justifie mes craintes. Il reconnaît que ses résultats et ceux des observateurs de Greenwich ne s'accordent pas dans la première série et il présente un nouveau tableau dans lequel plusieurs des résultats de Greenwich concordent avec les siens. La comparaison de cette dernière liste avec la première met en évidence un nombre très-notable de changements de signes.

» M. Christie, tout en admettant mes remarques dans une Note présentée à la Société Astronomique de Londres (4), déclare que je n'ai pas bien compris sa première publication de novembre, et que je n'ai pas cru devoir rejeter ses observations avant le 31 mai 1875. Je crois réellement les avoir exclues d'après son avis; mais, pour m'en assurer, j'ai examiné de nouveau sa liste et j'ai trouvé que ses résultats finaux subsistent encore, même en rejetant les observations antérieures. Ainsi, tout en négligeant celles de ses observations pour lesquelles il redoute de graves erreurs inconnues, on trouve

Dans la première liste.		Dans la deuxième liste.	
Procyon.....	—	Procyon.....	+
Régulus.....	—	Régulus.....	+
η Grande Ourse....	—	η Grande Ourse.....	douteuse
α Couronne.....	—	α Couronne.....	+
α Ophiuchus	$\pm$	α Ophiuchus.....	manque

(1) *Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 761.

(2) *Sur la fausseté de la proposition que la réfraction est modifiée par le mouvement de la source lumineuse et du prisme.* Musée Teylor, t. III. fasc. 4.

(3) *Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 1291.

(4) *Monthly Notices*, t. XXXVI, n° 7, mai 1876, p. 315.

» Les évaluations numériques ne s'accordent pas davantage : les moyennes sont prises entre les nombres 10 et 30, 10 et 40, et même 11 et 73 (α Andromède). N'y a-t-il pas quelque raison d'insister sur de pareilles divergences, dans une question si importante et si délicate?

» MM. Huggins et Christie assurent que ces divergences proviennent d'erreurs qui dépendent de l'instrument de Greenwich, et qu'elles ont disparu après que celui-ci a été rectifié. Nous ne pouvions supposer que l'appareil de M. Christie fût aussi défectueux, d'après la description qu'il en donne lui-même dans les *Monthly Notices;* mais nous sommes heureux d'avoir provoqué cette discussion : elle éclairera plusieurs observateurs.

» Ces savants pensent qu'il doit y avoir eu, dans mes observations, un défaut de focalité, lequel a été évité, à Greenwich, au moyen d'un appareil spécial ; M. Huggins dit s'être assuré d'abord rigoureusement qu'il n'y avait, dans son appareil, aucun déplacement pendant le transport diurne de l'étoile. Je ne mets point en doute les précautions délicates qui ont pu être prises par M. Huggins : je connais d'ailleurs sa grande habileté; mais je crois avoir satisfait à cette condition en mettant au point la fente du spectroscope avec les protubérances solaires, dans le bleu ; il peut se faire cependant que la différence de température ait produit une petite variation de longueur focale dans l'appareil. J'ai, du reste, employé également un spectroscope à réticule, qui ne présente pas certaines erreurs signalées par M. Christie dans ces prismes ; nos prismes en sont heureusement exempts.

» Toutefois, malgré toutes les précautions, je ne crois pas que l'on puisse, même avec le meilleur instrument, être sans préoccupation à l'égard des erreurs sytématiques. Telle serait, par exemple, une divergence constante entre les deux axes de la lunette et du collimateur, laquelle pourrait bien se reproduire également dans deux instruments, surtout avec la préoccupation d'obtenir des résultats d'une certaine nature. Une erreur de cette espèce pourrait changer avec la position de l'étoile, et se retrouver la même pour une même étoile qu'on observerait habituellement dans la même position. Pour se mettre à l'abri de ces erreurs, je proposerais aux illustres observateurs de renverser complétement leur spectroscope; on éliminerait ainsi cette espèce de collimation.

» L'emploi de la Lune ou d'une planète ne me paraît pas fournir une garantie suffisamment sûre : ces astres, présentant une surface étendue, ne permettent pas de relever le point précis duquel émane la lumière analysée.

» Je ferai remarquer, en outre, que, dans la manière d'éclairer la fente,

lorsqu'on place le tube soit dans le milieu de la lunette, comme le fait M. Huggins, soit devant l'objectif (comme j'ai fait dernièrement), les rayons qui tombent sur la fente n'ont pas la même convergence que ceux de l'étoile, ce qui doit produire une aberration, comme l'a déjà remarqué M. Van der Willingen.

» Je répète ici ce que j'ai dit dans ma première Communication : je ne cherche point à convaincre ces savants d'erreur, mais seulement à découvrir les sources possibles des erreurs qui pourraient se glisser dans l'emploi d'un instrument délicat et compliqué. M. Christie convient de cette difficulté : il conviendra aussi que, les erreurs de son appareil ne s'étant manifestées qu'après un long usage, il pourrait arriver que les instruments les mieux construits ne nous fournissent pas un moyen absolu de les éliminer avec toute sûreté.

» Quant à la Note que M. Huggins a ajoutée au bas de la page 1291, je ferai observer que son Mémoire de 1864 a été publié un an entier après le Mémoire assez étendu que j'ai publié dans le *Bullettino meteorologico* du Collége Romain, dans le mois de juillet et dans les mois suivants de l'année 1863, et par extraits dans les *Comptes rendus*, t. LXII, p. 74, 1863. Je n'aurais donc pas pu profiter de ses travaux. J'ajouterai encore que, dans ce Mémoire et le suivant sur les nébuleuses, je n'ai rien pu trouver qui eût quelque rapport avec la question actuelle du déplacement des raies. J'ajouterai enfin que cette idée, quoique développée dans le *Bullettino*, ne m'appartient pas, car, dans le même article des *Comptes rendus*, je cite l'*Optique* de Billet où elle est énoncée (voir t. I^er^, p. 85); mais tout le monde connaît aujourd'hui les doutes sérieux qui ont été émis à ce propos par M. Van der Willingen; ce savant croit que les phénomènes observés dans les étoiles et le Soleil pourraient bien s'expliquer d'une manière différente.

» Je n'ose pas discuter cette difficile question de théorie; mais j'insiste sur la nécessité de rendre les observations spectrales indépendantes de toute erreur possible, provenant des instruments, ou de trouver un moyen sûr de les éliminer, ce que je ne crois pas facile. »

PHYSIQUE. — *Objections à la dernière Communication de* M. Hirn, *sur le maximum de la pression répulsive possible des rayons solaires.* Note de M. A. LEDIEU.

« De même que M. Hirn, j'admets comme excellente l'application de la méthode d'*élimination successive* à l'étude de la cause motrice dans le radio-

mètre de M. Crookes; mais cette méthode, employée à faux, ne saurait qu'apporter un nouveau ferment de complication dans une question déjà si spécieuse et si délicate en elle-même.

» Or les nombres $0^{gr},000\,4157$ et $0^{gr},000\,8314$ proposés par M. Hirn pour représenter la répulsion maximum possible de la lumière par mètre carré, soit d'une surface noire, soit d'une surface parfaitement polie, n'ont aucune signification acceptable pour les deux raisons que voici :

» 1° M. Hirn suppose que la vitesse de choc V des particules frappant les palettes n'est autre que la vitesse même de la lumière; tandis que, dans la collision hypothétique dont il s'agit, il faut évidemment considérer la vitesse vibratoire desdites particules. Mais cette dernière vitesse *n'a rien de commun* avec la rapidité de propagation des ondes lumineuses (1).

» 2° Pour calculer l'effort maximum p, susceptible de presser les palettes du radiomètre, M. Hirn pose la relation $\sum \frac{\mu V^2}{2} = p \times V$ $\left(\text{ou} \times \frac{V}{2} \textit{ si la surface des palettes est parfaitement polie}\right)$. Or, de quelque manière qu'on s'y prenne pour appliquer l'équation des forces vives à la question qui nous occupe, il est absolument impossible de parvenir à ladite relation. »

NAVIGATION. — *Examen des nouvelles méthodes proposées pour la recherche de la position du navire à la mer.* Note de M. **A. Ledieu** (2). (Suite.)

« Nous n'avons fait jusqu'ici aucune hypothèse sur les ordres de grandeur respectifs des distances de l'espèce Z_eZ, Z_eV, Z_eL, VZ, LZ, ..., *fig.* 1, que nous avons considérées. Or, si, *à priori*, et sans bien peser la chose, on regarde ces diverses quantités comme des très-petits du même ordre (3),

(1) On ne saurait trop regretter la confusion que, dans l'étude des systèmes vibrants, l'on voit faire à chaque instant : 1° entre l'onde et la vibration; 2° entre la vitesse de transmission de l'onde et la vitesse de vibration; 3° entre la longueur de l'onde et la longueur de la vibration. Tout ce qu'on sait jusqu'à présent sur ces choses, c'est que, d'après les travaux de Cauchy, la vitesse de propagation de l'onde est toujours une fonction de la longueur de l'onde, et que cette fonction tend vers une constante, quand la longueur de l'onde devient très-grande par rapport au rayon de la sphère qui contient toutes les molécules capables d'exercer une action sensible sur la molécule située au centre. Mais on n'a aucune donnée sur les éléments de la vibration ni sur leur corrélation avec les éléments de l'onde.

(2) Voir les *Comptes rendus* des 18 juin et 3 juillet.

(3) On trouvera dans notre Mémoire complet les conventions qui spécifient nettement les très-petits des divers ordres, étant donnée dans chaque cas à traiter la limite caractéristique d'un des ordres, suivant le degré d'approximation qu'on se propose de considérer.

on est porté à croire que les droites des hauteurs menées par les trois intersections V, L et G feront entre elles des angles de *contingence*, et conséquemment se fusionneront en une même direction aux très-petits près du second ordre. Dès lors ces trois intersections s'équivaudraient comme point déterminatif de la droite de hauteur, et la préférence demeurerait acquise à celle de ces intersections qui dépend du calcul le plus usuel, c'est-à-dire à l'intersection L, qui repose sur le calcul d'angle horaire.

» Cette objection spécieuse n'a pas manqué d'être soulevée par les adversaires du procédé Marcq. Mais rien ne dit que les distances des points V et L (ou G) à la véritable position du navire puissent être toujours *simultanément* des très-petits du même ordre. Et effectivement, d'après ce que nous avons expliqué dans la Communication du 3 juillet, chacune des intersections L ou G peut, aux environs des circonstances défavorables concernant son procédé générateur, être écartée de la position réelle du navire d'une quantité très-grande comparée à l'écart propre du point V. Par suite, on est amené à conclure que les trois droites de hauteur relatives aux trois intersections V, L et G, doivent, en principe, être regardées comme ayant trois directions distinctes; et le choix du *point avantageux* conserve toute son importance. On peut dire seulement que l'intersection L (ou G) donnera sensiblement la même droite de hauteur que le point V, chaque fois qu'on se trouvera suffisamment éloigné des circonstances défavorables concernant le procédé générateur de ladite intersection L (ou G). Cela rentre au fond dans la recherche de l'ensemble des cas où il y a possibilité, aux très-petits près du second ordre, de regarder la variation en longitude comme proportionnelle à la variation en latitude (ou *vice versa*), la hauteur de l'astre demeurant constante. Cette recherche a été faite avec beaucoup d'élégance par M. Mas-Saint-Guiral, dans son cours de l'école navale, pour en conclure les erreurs *résultant*, dans la méthode Pagel, de l'*essence* même de cette méthode.

» En mûrissant la longue discussion que nous venons de développer, tout esprit non prévenu ne saurait ne pas conclure qu'en règle générale c'est avec le procédé Marcq, générateur de l'intersection V, qu'il faudra obtenir le point déterminatif de la droite de hauteur. Ce n'est qu'exceptionnellement que les intersections L et G seront plus avantageuses, et d'ailleurs dans le seul cas où l'on aura des données sur les erreurs probables de l'estime, et où l'on préférera, en outre, ne pas faire entrer en ligne de compte, dès le début du calcul, ces données pour en déduire un point

estimé *combiné*. Et encore, en pareil cas, sera-t-on obligé, pour fixer son choix, de calculer les trois intersections V, L et G, lorsque lesdites données indiqueront que la position réelle du navire tombe entre V et L (ou G). Maintenant ira-t-on à la mer se livrer à un tel labeur? Il y a des circonstances graves où, eu égard à la nécessité de s'éclairer le plus possible sur la position du navire, on ne reculera pas devant ce travail; mais ce sera certainement l'exception.

» En résumé, le procédé Marcq semble appelé à prendre le pas sur toute autre méthode, comme *calcul usuel*, pour la détermination d'une droite de hauteur. »

PALÉONTOLOGIE HUMAINE. — *Homme pliocène.* — M. **DE QUATREFAGES**, en présentant à l'Académie un travail de M. *Capellini*, imprimé en italien, et portant pour titre : « L'Homme pliocène en Toscane », rappelle qu'il a déjà entretenu l'Académie de la découverte due à M. Capellini; mais il n'avait pu, faute de données suffisantes, se prononcer avec certitude sur la réalité de l'interprétation donnée par l'auteur au sujet des entailles que portaient certains os de Cétacés. Les planches qui accompagnent le travail actuel ne laissent plus de doutes dans l'esprit de M. de Quatrefages. Elles présentent tous les caractères d'incisions faites sur l'os encore frais, par un instrument tranchant, qui, dans plusieurs cas, a pénétré obliquement en faisant éclater l'os sur une des faces de l'incision, tandis que l'autre est lisse et nettement délimitée. L'existence de l'homme en Toscane à l'époque pliocène est donc définitivement démontrée.

» Les ossements de Balænotus, décrits et figurés dans ce travail, ont été découverts dans trois localités, San-Marino, Poggiarone, près du mont Aperto, et la Collinella sous Castelnuovo della Misericordia. »

M. **DE LESSEPS**, en présentant à l'Académie un Rapport sommaire de M. *E. Roudaire*, sur les résultats de sa mission dans l'isthme de Gabès et les chotts tunisiens, s'exprime comme il suit :

« M. le Ministre de l'Instruction publique a bien voulu me charger de remettre à l'Académie le Rapport sommaire que vient de lui adresser M. le capitaine d'état-major Roudaire, au retour de son voyage d'études géodésiques dans les chotts tunisiens.

» Le Rapport complet sera terminé dans deux ou trois mois; il sera communiqué à l'Académie, et la Commission dont j'ai l'honneur de faire partie pourra alors exprimer une opinion raisonnée sur l'importante ques-

tion de la mer intérieure africaine. En attendant, l'Académie, qui depuis deux ans a témoigné beaucoup d'intérêt pour les études persévérantes du capitaine Roudaire, apprendra certainement avec satisfaction que ses travaux ont été couronnés d'un succès complet : la conclusion à en tirer est, suivant mon opinion, la possibilité de rétablir une mer intérieure de 25 à 40 mètres de profondeur, de 400 kilomètres de longueur de l'est à l'ouest, ayant son entrée au golfe de Gabès et recouvrant un espace d'environ 16000 kilomètres carrés.

» Voici quelques passages extraits du Rapport adressé par M. Roudaire à M. le Ministre :

» La ligne principale de nivellement part de la Méditerranée à l'embouchure de l'oued Akarit, dont elle franchit le col, longe les chotts tunisiens dans toute leur étendue et va rejoindre en Algérie, sur le bord occidental du chott Rharsa, les repères que j'y avais laissés en 1875. Plusieurs lignes secondaires, se greffant sur cette ligne principale, donnent divers profils du bassin des chotts. Une autre ligne part de la mer à l'embouchure de l'oued Melah, franchit le seuil de Gabès dans sa plus grande dépression, et se réunit dans le chott el Fejej à la ligne partant de l'embouchure de l'oued Akarit. La longueur totale des lignes nivelées ne pourra être précisée qu'après le calcul des stadias, mais elle doit être évaluée à 500 kilomètres environ. Le nombre des stations est de 1200. Ces résultats importants n'auraient pu être atteints dans un pays dénué de ressources, au milieu de populations que le fanatisme religieux nous rend hostiles, sans le concours efficace du Gouvernement tunisien et l'appui bienveillant du général Khereddine, qui avait donné aux chefs indigènes des ordres formels pour que ses hommes et les moyens de transport nécessaires fussent mis à la disposition de la mission.

» En ajoutant aux 500 kilomètres de nivellement qui viennent d'être exécutés en Tunisie les 650 kilomètres exécutés en 1875, on arrive au total de 1150 kilomètres nivelés dans les chotts tunisiens et algériens.

» La dépression la plus basse de l'isthme de Gabès est occupée par l'oued Melah. Les indigènes désignent sous le nom unique d'*oued Melah* deux cours d'eau distincts, qui prennent naissance, l'un à l'est, l'autre à l'ouest du point culminant de cette dépression, et coulent en sens inverse, le premier vers la mer, le second vers le chott el Jejej. La raison de ce fait est qu'ils considèrent le lit de ces deux rivières comme ayant une origine commune et comme n'étant que les vestiges du détroit qui reliait la Méditerranée et le bassin des chotts à l'époque où les derniers étaient occupés par les eaux de la mer. Je donnerai, dans le Rapport général, des détails curieux sur cette tradition, très-répandue dans le Djered et dans le Nifzaoua, dont les habitants ne mettent pas un seul instant en doute la présence de la mer dans le bassin des chotts, à une époque qu'ils considèrent, sans pouvoir en préciser la date, comme antérieure à la naissance du Prophète. Toutes les observations que j'ai faites, d'ailleurs, sont venues confirmer en moi la conviction que ce bassin est bien l'ancienne baie de Triton, et j'ai été amené à cette conclusion, qu'il a été séparé de la mer à la suite d'un soulèvement récent qu'il me semble naturel de rattacher au soulèvement des couches ma-

rines de Cagliari, en Sardaigne, qui sont actuellement à 90 mètres au-dessus du niveau de la mer et dans lesquelles on a trouvé de nombreux fragments de poterie.

» On ne trouve, dans la dépression de l'oued Melah, aucune trace de roches dures. Près de la mer, les eaux se sont creusé un lit assez profond et coulent en certains endroits à 7 ou 8 mètres au-dessous du sol. Partout les berges à nu ne laissent voir que du sable. Dans les parties inférieures de ces berges d'érosion, on trouve cependant, en quelques points, des macignos en voie de formation, disposés par couches régulières de 1 à 3 centimètres d'épaisseur. Ces macignos proviennent de l'agglomération du sable cimenté par le sulfate de chaux, sous la pression des couches supérieures. Ils sont tendres, friables et, ce qui prouve bien qu'ils se sont formés sur place, c'est qu'ils se présentent par tranches absolument horizontales.

» Les nivellements géodésiques et géométriques exécutés en 1873, 1874 et 1875 avaient délimité le bassin inondable en Algérie. Des observations géodésiques faites à la pointe occidentale du chott Rharsa m'avaient en outre permis d'affirmer que le lit de ce chott se trouvait à 15 mètres au moins au-dessous du niveau de la mer, à très-peu de distance du point où nous avions dû nous arrêter. Non-seulement les opérations qui viennent d'être exécutées en Tunisie ont confirmé cette assertion, mais elles ont encore établi que les bords du Rharsa sont partout (sauf la petite pointe occidentale) à 20 mètres au moins au-dessous de la Méditerranée et que la profondeur atteint 40 mètres dans la région centrale. Je ne pourrai calculer exactement l'étendue de ce magnifique bassin inondable que lorsque la carte aura été faite, mais on doit la considérer comme au moins égale à la moitié du grand bassin algérien du chott Melrir, dont la superficie est de 6000 kilomètres carrés.

» J'ai fait creuser une tranchée dans le chott oued el Melah, sur le seuil de Gabès, à l'altitude de 31 mètres, et j'ai trouvé l'eau à 80 centimètres de profondeur. J'ai constaté que le niveau de la croûte solide peut varier en quelques jours. Le 6 avril, en refaisant comme vérification le nivellement entre le chott Rharsa et le chott el Djerid, j'ai reconnu que cette croûte s'était affaissée de 10 centimètres depuis le 31 mars.

» Il n'y aurait pas un seul palmier détruit en Tunisie. Les magnifiques oasis du Djerid et du Nifzaoua sont dans leurs parties les plus basses à 20 mètres au-dessus du niveau de la mer. Ainsi tombe une des principales objections élevées contre le projet de mer extérieure. »

M. **Tisserand** adresse à l'Académie son Rapport définitif sur l'ensemble des observations effectuées par ses soins à l'Observatoire de Kompira-Yama, près de Nagasaki, au Japon, pendant sa mission pour le passage de Vénus, avec toutes les pièces à l'appui.

(Renvoi à la Commission du passage de Vénus.)

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Membre libre, en remplacement de feu *A.-P. Séguier*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 58,

M. Favé obtient.	31	suffrages.
M. Damour.	21	»
M. Lalanne.	5	»
M. Lefort.	1	»

M. **Favé**, ayant obtenu la majorité des suffrages, est proclamé élu.

Sa nomination sera soumise à l'approbation du Président de la République.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *Recherches expérimentales sur la polarisation rotatoire magnétique.* Troisième partie : *Dispersion des plans de polarisation des rayons lumineux de diverses longueurs d'onde.* Mémoire de M. **Henri Becquerel**, présenté par M. Fizeau. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« A la suite de mes recherches (1) sur la polarisation rotatoire magnétique, j'ai été conduit à reprendre l'étude de la dispersion des plans de polarisation de la lumière sous l'influence du magnétisme, en me servant de la méthode expérimentale que j'ai déjà décrite, et dont je donne tous les détails dans le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie. Le tableau ci-joint renferme les résultats des expériences faites sur plusieurs corps diamagnétiques et magnétiques. Les nombres d'une même colonne verticale se rapportent à la même longueur d'onde, et représentent les rapports des diverses rotations, à la rotation correspondante pour la lumière jaune D, avec le même corps. Les dénominations de rotations magnétiques positives et négatives se rapportent, la première aux rotations de même sens que celle de l'eau, la seconde aux rotations inverses des précédentes.

(1) *Comptes rendus*, t. LXXX, p. 1376, et t. LXXXII, p. 308.

Rotations magnétiques des rayons de diverses longueurs d'onde.

	ROUGE.						JAUNE.	VERT.			BLEU.			
Raies du spectre	Raie rouge du lithium.	"	C	"	"	"	D	"	"	E	F	"	"	G
Rapports $\frac{\lambda_D^a}{\lambda^x}$	0,7719	0,7970	0,8057	0,8100	0,8210	0,8340	1,0000	1,1940	"	1,2504	1,4694	1,7120	"	1,8712
Rotations magnétiques positives.														
Sulfure de carbone	"	0,760	0,771*	0,781	0,790	0,804	1,000	1,236	1,272	1,302*	1,607*	1,976	2,023	2,219*
Eau	"	0,770	"	"	"	"	1,000	"	1,256	"	"	"	1,811	"
Sous-sulfure de phosphore	0,735	0,755	"	"	"	"	1,000	"	"	"	"	"	"	"
Rotations magnétiques négatives.														
Bichlorure de titane	"	"	"	"	"	0,710	1,000	1,370	"	"	"	2,960	"	"
Dissolutions de perchlorure de fer dans l'eau, contenant : 0,33 de perchl. de fer	"	0,611	"	"	0,661	"	1,000	"	"	"	"	"	"	"
0,60 id.	"	"	"	0,654	0,662	"	1,000	"	"	"	"	"	"	"
0,70 id.	"	"	"	"	0,676	"	1,000	"	"	"	"	"	"	"
0,75 id.	"	"	"	"	0,678	"	1,000	"	"	"	"	"	"	"
Perchlorure de fer anhydre (calculé)	"	0,647	"	0,659	0,686	"	1,000	"	"	"	"	"	"	"
Rapports $\frac{\lambda_D^a}{\lambda^x}$	0,596	0,635	0,649	0,656	0,674	0,695	1,000	1,425	"	"	"	2,930	"	3,501

Nota. — Les nombres marqués d'un astérisque sont empruntés au Mémoire de M. Verdet (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIX).

» La discussion des observations conduit aux conséquences suivantes :

» 1° *Rotations positives des corps diamagnétiques.* — Les rotations positives des plans de polarisation des rayons de diverses longueurs d'onde croissent, comme on le sait, approximativement en raison inverse du carré des longueurs d'onde. J'ai déjà montré dans ma dernière Note que, si l'on tient compte de l'indice de réfraction de chaque rayon en même temps que de la longueur d'onde, on pouvait se rendre compte des écarts signalés à la loi simple indiquée plus haut, et que l'expression $\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^2}$, λ étant la longueur d'onde et n l'indice correspondant, se rapprochait beaucoup des observations pour les corps que j'ai étudiés.

» 2° *Rotations négatives des corps magnétiques.* — Les rotations négatives des plans de polarisation de la lumière, qui n'avaient pas été étudiées jusqu'ici, présentent des caractères remarquables. Le bichlorure de titane, qui est incolore, se prête très-bien aux expériences; les dissolutions de perchlorure de fer dans l'eau, qui sont très-colorées, ne permettent les observations qu'avec les rayons rouges et jaunes. Si pour ces dernières dissolutions on tient compte de l'action de l'eau, on en déduit un nombre constant qui représente, pour le perchlorure de fer anhydre, le rapport des rotations correspondant à des rayons de mêmes longueurs d'onde.

» On voit par le tableau précédent que les rotations négatives des substances que nous venons de citer suivent une marche notablement différente de celle des rotations positives des corps étudiés plus haut, et correspondent à une dispersion rotatoire considérable, caractéristique des corps magnétiques. J'ai montré, du reste, antérieurement que ces corps possèdent, à un autre point de vue, des propriétés spéciales.

» La grande dispersion rotatoire du perchlorure de fer se met facilement en évidence en prenant une dissolution ayant une très-faible rotation magnétique positive ou négative, pour la lumière jaune. Une dissolution de perchlorure de fer dans l'eau, dont la densité est voisine de 1,155, remplit cette condition. On voit alors la même dissolution être positive pour les rayons rouges et négative pour les rayons verts. Cette expérience curieuse montre bien l'indépendance entre l'action de l'eau et l'action du perchlorure de fer sur la lumière polarisée, ainsi que l'inégale dispersion rotatoire de ces deux corps.

» On peut observer que les rotations négatives des corps que nous avons étudiés croissent approximativement en raison inverse de la quatrième puissance des longueurs d'onde, comme on peut le voir dans le tableau qui précède.

» Les considérations exposées dans mes premières Notes montrent que le phénomène de la rotation magnétique est à la fois fonction de la longueur d'onde de la lumière, de l'indice de réfraction et de la nature des molécules des corps. Comme l'indice de réfraction est, pour un même corps, lié à la longueur d'onde, on voit que, suivant que l'on tiendra ou l'on ne tiendra pas compte de cet indice, on pourra donner diverses formes à l'expression approchée de la dispersion rotatoire magnétique des corps. L'une des expressions les plus simples satisfaisant aux observations faites jusqu'ici est de la forme $\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}$, a et b étant des coefficients dont le signe et la valeur numérique varient avec les divers corps; a est relativement grand et positif pour les corps très-diamagnétiques, b est grand et négatif pour les corps très-magnétiques. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *De la fermentation cellulosique du sucre de canne.* Note de M. **E. Durin** (1).

(Commissaires : MM. Fremy, Pasteur, Berthelot.)

« Dès 1868, nous avions remarqué dans le jus de betteraves des grumeaux blancs assez durs, dont l'origine ne nous était guère expliquée. Notre première pensée était de considérer ces grumeaux non comme une formation spéciale due au sucre, mais plutôt comme une concrétion de protoplasma de la betterave, et une étude plus approfondie ne paraissait pas intéressante; mais la même année une autre circonstance s'est présentée.

» 50 hectolitres environ d'une dissolution neutre de mélasse, d'origine allemande, étaient préparés dans une cuve en bois ayant servi de réservoir à du jus de betteraves, et dont les parois étaient recouvertes d'une faible couche de dépôts organiques. Douze heures après la préparation, tout le contenu de la cuve se trouva transformé en une masse gélatineuse compacte, composée de grumeaux insolubles entourés d'une liqueur visqueuse. Les grumeaux furent séparés par un lavage à grande eau, et restèrent complétement isolés. Il ne pouvait être ici question de concrétions du protoplasma, et nous nous trouvions en face d'une transformation particulière. La question fut du reste jugée immédiatement en principe : une certaine quantité de ces grumeaux fut ajoutée à une solution neutre

(1) Le Mémoire sera reproduit *in extenso* dans les *Annales agronomiques* de juillet.

de mélasse, et, douze heures plus tard, cette solution était transformée en un produit semblable. Dans la betterave et dans cette mélasse, se trouvait donc un ferment spécial qui opérait la transformation du sucre en une matière solide et insoluble.

» *Nature des produits formés.* — 1° L'aspect des grumeaux pouvait faire croire à des composés pectiques; mais leur insolubilité à l'ébullition dans l'eau fortement alcalinisée par la soude caustique a démontré le contraire. Ils ont toutes les propriétés de la cellulose; une longue ébullition dans l'eau acidifiée par l'acide sulfurique les dissout et les convertit en dextrine, puis en glucose (1); ils produisent de l'acide oxalique par l'acide azotique, sont insolubles dans l'acide azotique monohydraté, peuvent se convertir en pyroxyle et enfin sont désagrégés et dissous par la liqueur de Schweitzer.

» 2° Le liquide visqueux qui entourait les grumeaux, additionné d'alcool à 96 degrés, laisse précipiter une masse amorphe, blanche et élastique comme du gluten ou du caoutchouc. Ce produit, desséché par des lavages successifs à l'alcool, présente absolument les mêmes caractères chimiques que les grumeaux; son état physique seul est différent.

» 3° Le liquide mère, qui ne contenait initialement que du sucre de canne, renfermait des proportions considérables de lévulose.

» Les deux produits cellulosiques, différents à première vue, sont donc semblables; l'un est concret, l'autre ne présente pas de traces d'organisation au microscope et ressemble à la cellulose des fucus et des algues. Ce dernier n'est pas soluble, mais il se gonfle indéfiniment et donne à la liqueur une apparence de forte viscosité. Selon la nature du milieu, les proportions de matières cellulosiques visqueuses varient beaucoup. Quelquefois, il n'y en a que des traces, et toute la cellulose est en grumeaux; d'autres fois il n'y a que peu ou point de grumeaux.

» Cette fermentation cellulosique n'est pas la fermentation visqueuse. Les travaux des savants éminents qui ont étudié la fermentation visqueuse, MM. Peligot, Berthelot, Pasteur, Fremy, et, avant eux, Braconnot, Tilley-Desfosses, ont démontré que tous les sucres pouvaient l'éprouver; le sucre de canne seul fermente cellulosiquement. De plus, la fermentation visqueuse ne produit pas de grumeaux, tandis que la viscosité dans la fer-

(1) Cette observation a été faite en 1868, conjointement avec M. d'Henry, préparateur à la Faculté des Sciences de Lille.

mentation cellulosique n'est qu'une circonstance, et qu'il y a souvent absence complète de viscosité.

» *Fermentation cellulosique et réaction.* — Si l'on sème dans une solution de sucre pur des grumeaux parfaitement lavés, de nouveaux grumeaux se forment aux dépens du sucre, et il y a production équivalente de lévulose. Cette équivalence n'est appréciable qu'autant qu'il n'y aura pas eu de fermentations secondaires. Dans une fermentation cellulosique simple, il n'y a pas de dégagement de gaz; mais, si la liqueur s'acidifie, l'acide carbonique apparaît, et il se forme de l'acide acétique principalement. Dans ce cas, l'inversion du sucre de canne devient indépendante de la réaction cellulosique.

Liqueur mise en expérience (composition).

Solution de sucre pur contenant sucre de canne.....	10 centièmes
Carbonate de chaux précipité.....	1^{gr},50
Grumeaux fraîchement produits et parfaitement lavés....	

» Le volume des grumeaux a considérablement augmenté. Après fermentation, le liquide mère contenait :

Sucre cristallisable.....	traces
Lévulose.....	5,05
Cellulose visqueuse précipitable par l'alcool....	traces

» Cette expérience confirme la probabilité du dédoublement du sucre en cellulose et en lévulose, suivant la formule simple

$$2(C^{12}H^{22}O^{11}) = C^{12}H^{20}O^{10} + C^{12}H^{24}O^{12}.$$

» Le carbonate de chaux favorise la fermentation cellulosique, non-seulement en maintenant la neutralité, mais encore par une action spéciale. Les carbonates de baryte, de magnésie, le chlorure de calcium l'entravent, les sels ammoniacaux, les azotates la gênent en favorisant la formation de moisissures.

» Le développement des grumeaux est plus rapide à la *lumière* qu'à l'*obscurité*.

» Le *sucre cristallisable seul* éprouve la fermentation cellulosique; la *glucose* et la *mannite* ne donnent pas lieu à la réaction.

» *Nature du ferment.* — Le ferment a une nature diastasique : une solution, composée de sucre pur dans la proportion de 10 pour 100, dans laquelle de la diastase fraîchement préparée et un peu de carbonate de chaux précipité furent ajoutés, éprouva la fermentation cellulosique vis-

queuse. La fermentation fut arrêtée avant d'être terminée, pour éviter toute altération; la liqueur contenait :

Sucre cristallisable	5,100
Lévulose	2,440
Cellulose précipitée par l'alcool	2,226

La probabilité du dédoublement du sucre se confirme encore.

» Une ébullition de quatre heures n'a pas altéré les propriétés de la diastase; la température la plus favorable à la fermentation paraît être environ 30 degrés.

» Les matières albumineuses de l'urine agissent faiblement à la manière de la diastase.

» *Résumé.* — 1° Le sucre de canne se dédouble en poids équivalents de cellulose et de lévulose, sous l'influence d'un ferment spécial.

» 2° Le ferment qui détermine cette transformation a une nature diastasique.

» Nous rendrons compte, dans une prochaine Communication, de l'action des ferments contenus dans les végétaux sur le sucre de canne, et du rôle probable du sucre dans la végétation. »

VITICULTURE. — *Sur le Phylloxera aérien.* Lettre de M. **P. Boiteau** à M. Dumas.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Villegouge, le 8 juillet 1876.

» La deuxième génération du Phylloxera aérien, que nous avions laissée il y a un mois sur les jeunes feuilles du sommet des pampres, a formé, comme la génération de laquelle elle descendait, des galles semblables à celles dont la description a déjà été donnée. Ces galles se sont formées plus rapidement et sont nombreuses : il m'a été permis d'en compter une trentaine sur certaines feuilles et le même pied en possédait une centaine (1).

» Le nombre d'œufs que j'avais signalés, dans ma Lettre du 3 juin dernier, dans deux galles, l'une de taylor, l'autre de cipaye français, s'est beaucoup accru, et, bien que les conditions dans lesquelles elles se trouvaient (elles étaient dans des tubes et séparées de la feuille) ne leur fussent

(1) Les galles sont très-communes sur les vignes sauvages qui vivent dans les haies à portée des vignobles phylloxérés. Des spécimens existent et nous ont été montrés par M. Baillou, sur sa propriété de Vérac.

pas favorables, la première a donné plus de 600 insectes et la seconde près de 200. Chaque galle ne contenait qu'une seule pondeuse bien constatée.

» La coque de l'œuf s'ouvre, pour donner issue à l'insecte, en deux valves, avec mortification d'un lambeau en croissant, et sans qu'il y ait rien à changer aux constatations déjà faites précédemment. Si le mode d'éclosion est le même, il n'en est pas ainsi de la membrane enveloppant l'embryon. Celle-ci est difficilement apercevable; elle est vaporeuse et très-blanche; sa ressemblance avec celle des insectes sexués est frappante. Nous sommes donc en présence de quatre enveloppes embryonnaires, qui correspondent chacune, et sans qu'on puisse les confondre, avec une période de la vie du Phylloxera. Celle de l'aptère hypogée est épaisse, jaune-citron et très-visible; celle de l'œuf d'hiver est aussi épaisse, jaune-paille, avec un point rouge à l'extrémité opposée à la tête de l'insecte, visible à l'œil nu, mais moins cependant que la précédente; toutes les deux restent distendues après l'éclosion ; celles des insectes aériens provenant de l'œuf d'hiver sont blanches, transparentes, gazées, se plissant fortement; celles des insectes sexués ressemblent beaucoup à ces dernières, mais elles sont plus volumineuses et s'affaissent davantage.

» Le 6 juin, les insectes fixés sur les feuilles depuis le 2 du même mois avaient commencé des galles qui étaient très-visibles. Les pluies survenues les jours suivants ont fortement contrarié leur marche et leurs habitudes : plusieurs se fixaient, pour éviter l'inclémence du temps, sous le limbe de la feuille, mais sans réussir à former de galles (1).

» La direction de tous ceux que j'ai pu voir a toujours été dans le sens ascendant. Une feuille détachée, portant des galles pourvues d'œufs et fixée, à l'aide d'une épingle, dans le pli d'une autre feuille située au milieu d'un pampre, a servi à me démontrer que tous les insectes des galles se sont portés vers le sommet. A l'examen à l'œil nu, on constate que les Phylloxeras se dirigent, par le pétiole, vers le pampre; arrivés sur le nœud qui correspond à la feuille, ils le suivent transversalement, sur le quart environ de sa circonférence, et se dirigent presque à angle droit vers la partie supérieure. Leur marche est très-sûre, très-rapide, et ce n'est que bien rarement qu'ils se fourvoient sur un pétiole ou une vrille, et dans ce cas ils ne tardent pas à les abandonner.

---

(1) Les gelées de la dernière quinzaine d'avril, en faisant disparaître les bourgeons déjà éclos et porteurs de jeunes insectes, ont dû en diminuer notablement la quantité.

» Si, en arrivant sur le pampre, ils se dirigent en bas, ce qui n'a lieu qu'exceptionnellement, à peine ont-ils fait quelques millimètres qu'ils reprennent une nouvelle direction. Rendus au sommet du pampre, ils retardent leurs mouvements et font plusieurs marches et contre-marches, avant de se fixer sur l'une des deux ou trois feuilles les plus tendres. Cette gymnastique, vérifiée de nouveau ces jours derniers sur la troisième génération, se reproduit exactement de la même manière. Impossible d'en trouver sur les jeunes feuilles situées au-dessous de celles portant les galles et vérification de leur présence sur toutes celles situées au-dessus (1). Leur vitesse de locomotion sur une surface unie est d'environ 80 centimètres à l'heure.

» Le 24 juin, la deuxième génération avait commencé à pondre, et le 29 j'ai constaté sur les feuilles des insectes formant la troisième génération. Le seul caractère distinctif se trouve dans la coupe ovalaire du troisième article de l'antenne, qui est plus prononcée.

» Ayant à ma disposition un grand nombre de pieds porteurs de galles et surtout certains qui en sont fortement fournis, j'ai cherché, sur les radicelles de ces mêmes pieds, si je pourrais constater cette génération aérienne. Beaucoup de radicelles malades ont été enlevées, les insectes qu'elles portaient ont été examinés minutieusement au microscope, et tous avaient des caractères négatifs.

» Ainsi donc, jusqu'ici, il a été impossible d'établir la présence, sur les racines, des individus provenant plus ou moins directement de l'œuf d'hiver. J'ai cherché à faire greffer, soit naturellement, soit directement, des insectes issus de ces trois générations, et cela sur des racines sans radicelles, sur des racines avec radicelles, sur des radicelles, sans pouvoir y parvenir. Ils se sont promenés à leur surface, les ont palpées dans tous les sens et finalement sont morts sans y implanter leur suçoir. Si de nouvelles expériences, que l'on ne pourra faire que l'année prochaine, venaient démontrer que ces observations sont absolues et rigoureusement vraies, un nouveau genre de tratiement tout mécanique surgirait et consisterait à enlever, dans le courant de mai, les trois premières feuilles de la base du pampre, points d'élection certains des produits de l'œuf d'hiver.

» Cette méthode vraudra-t-elle mieux que le badigeonnage? Sera-t-elle plus facilement applicable? Aura-t-on le temps nécessaire pour la prati-

(1) Au moment où je venais de terminer cette Note, j'ai constaté leur présence sur les quatre entre-nœuds situés au-dessous des galles.

quer? C'est ce qu'il ne sera vraiment utile de savoir que lorsque le *desideratum* posé plus haut sera définitivement résolu.

» Les badigeonnages nous ont donné de si bons résultats, malgré les quelques accidents inhérents à un début, que nous continuerons à les préconiser, en y apportant certaines modifications dans les quantités, la préparation et le mode d'emploi. Je reviendrai plus tard sur ce sujet.

» Je joins à ma Lettre un tube contenant trois feuilles. Sur la plus grande, se trouvent une dizaine de galles plus ou moins complètes et dont quelques-unes sont pourvues d'insectes de la deuxième génération et de leurs œufs. Sur la moyenne, on aperçoit plusieurs insectes de la troisième génération, formant leurs galles. Sur la plus petite, ce sont également des insectes de la troisième génération, arrivés depuis un ou deux jours. »

M. **Rousseau** adresse, d'Arles, une Note relative aux résultats obtenus par son traitement sur les vignes phylloxérées par les eaux d'enfer et confirmant les bons résultats obtenus depuis trois ans par leur emploi.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. **Dejouez** adresse une Note relative à un procédé de destruction du Phylloxera.

(Renvoi à la Commission.)

M. **A. Gérard** adresse, de Liége, la photographie et la description d'un « baromètre automatique ».

(Renvoi à l'examen de M. Faye.)

M. **Duponchel** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire portant pour titre : « Explication des divers phénomènes de déformation et de dislocation de l'écorce solide du globe terrestre, par le fait de l'inégale attraction du Soleil à la surface de ses deux hémisphères ».

(Commissaires : MM. Daubrée, Phillips, Resal.)

M. **Maille** adresse diverses Notes relatives à la théorie des cyclones.

(Renvoi à l'examen de M. Faye.)

M. **A. de Vivès** adresse une « Étude sur les inondations, leurs causes et les précautions à prendre pour en diminuer les effets ».

(Commissaires : MM. Belgrand, de la Gournerie.)

M. **J. Morin** adresse une Note relative à un nouveau barométrographe.

(Commissaires : MM. Fizeau, Edm. Becquerel.)

M. **Ch. Cros** adresse une nouvelle Note concernant son procédé pour la reproduction des couleurs naturelles par la photographie.

(Renvoi à l'examen de M. Edm. Becquerel.)

M^me^ **A. Lacombe** a dresse, pour le Concours des prix de Médecine et Chirurgie (fondation Montyon), un Ouvrage accompagné d'une Note manuscrite, sur la science du mécanisme vocal et l'art du chant.

(Renvoi à la Commission.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, une Notice biographique sur Gustave-Adolphe Thuret, par M. *Ed. Bornet.*

M. **F. Lucas** prie l'Académie de comprendre ses travaux parmi ceux qui seront admis à concourir pour le prix Dalmont, à décerner en 1876.

(Renvoi à la Commission.)

ANALYSE. — *Sur le développement des fonctions elliptiques et de leurs puissances.* Note de M. **D. André**, présentée par M. Hermite.

« Soient π un exposant entier quelconque, au moins égal à l'unité, et $\lambda(x)$, $\mu(x)$, $\nu(x)$ les trois fonctions elliptiques. On sait que les développements des puissances $\pi^{ièmes}$ de ces trois fonctions affectent les formes suivantes :

$$\lambda^{\pi}(x) = A_0^{(\pi)}\frac{x^{\pi}}{\pi!} - A_1^{(\pi)}\frac{x^{\pi+2}}{(\pi+2)!} + A_2^{(\pi)}\frac{x^{\pi+4}}{(\pi+4)!} - A_3^{(\pi)}\frac{x^{\pi+6}}{(\pi+6)!} + \ldots,$$

$$\mu^{\pi}(x) = B_0^{(\pi)} - B_1^{(\pi)}\frac{x^2}{2!} + B_2^{(\pi)}\frac{x^4}{4!} - B_3^{(\pi)}\frac{x^6}{6!} + \ldots,$$

$$\nu^{\pi}(x) = C_0^{(\pi)} - C_1^{(\pi)}\frac{x^2}{2!} + C_2^{(\pi)}\frac{x^4}{4!} - C_3^{(\pi)}\frac{x^6}{6!} + \ldots,$$

et que les coefficients de ces développements sont des polynômes entiers par rapport au carré d'une certaine indéterminée k, de façon qu'on peut écrire

$$A_q^{(\pi)} = \alpha_{q,0}^{(\pi)} + \alpha_{q,1}^{(\pi)}k^2 + \alpha_{q,2}^{(\pi)}k^4 + \ldots,$$

$$B_q^{(\pi)} = \beta_{q,0}^{(\pi)} + \beta_{q,1}^{(\pi)}k^2 + \beta_{q,2}^{(\pi)}k^4 + \ldots,$$

$$C_q^{(\pi)} = \gamma_{q,0}^{(\pi)}k^{2q} + \gamma_{q,1}^{(\pi)}k^{2q-2} + \gamma_{q,2}^{(\pi)}k^{2q-4} + \ldots$$

» Je me suis proposé de trouver la forme générale des trois coefficients $\alpha_{q,i}^{(\pi)}$, $\beta_{q,i}^{(\pi)}$, $\gamma_{q,i}^{(\pi)}$ en fonction de q, l'exposant π et l'indice i étant supposés constants; et voici les résultats auxquels je suis parvenu :

» Chacun de ces trois coefficients, suivant que π est égal à $2p+1$ ou à $2p$, est de l'une ou de l'autre des deux formes suivantes :

$$\sum_{0}^{p} \Xi_t(q)(2t+1)^{2q} + \sum_{p+1}^{p+i} \xi_t(q)(2t+1)^{2q},$$

$$\sum_{1}^{p} \Xi_t(q)(2t)^{2q} \qquad + \sum_{p+1}^{p+i} \xi_t(q)(2t)^{2q},$$

dans lesquelles $\Xi_t(q)$ est un polynôme entier en q toujours du degré i, et $\xi_t(q)$ un polynôme entier en q du degré $p+i-t$.

» En remplaçant p par zéro dans la première de ces deux expressions, on obtient la forme des coefficients $\alpha_{q,i}^{(1)}$, $\beta_{q,i}^{(1)}$, $\gamma_{q,i}^{(1)}$ qui se présentent dans les développements des trois fonctions elliptiques elles-mêmes. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème du refroidissement des corps solides en ayant égard à la chaleur dégagée par la contraction;* par **M. Maurice Levy**.

« Soit à un instant quelconque t, V la température en un point $M(x, y, z)$ d'un corps que, pour abréger les écritures, je suppose homogène et isotrope.

» Soient u, v, w trois autres fonctions des quatre variables x, y, z, t, représentant les composantes parallèlement aux axes de coordonnées du déplacement que subit le point M par suite de la contraction du corps pendant son refroidissement.

» Désignons par Ω ce que, dans la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides isotropes, on nomme le *potentiel*, c'est-à-dire la forme quadratique suivante des six quantités $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}; \frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}$:

$$(1) \quad \begin{cases} \Omega = K\left[k\theta^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 \right. \\ \qquad \left. + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right], \end{cases}$$

où $\theta = \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$ est la dilatation cubique; K et k deux coefficients

dont le second doit être pris égal à $\frac{1}{2}$ si l'on adopte les théories de Navier, Cauchy, Poisson, Duhamel, M. de Saint-Venant, confirmées par les expériences de M. Cornu.

» Cela étant, le problème du refroidissement d'un corps, tel que le pose Duhamel, revient analytiquement à déterminer les quatre fonctions V, u, v, w, par les conditions suivantes :

» 1° Qu'en tous les points du corps elles satisfassent aux quatre équations à différences partielles simultanées du second ordre

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\dfrac{\partial u}{\partial x}} + \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)} + \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)} = 2K\delta(3k+1)\dfrac{\partial V}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)} + \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\dfrac{\partial v}{\partial y}} + \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)} = 2K\delta(3k+1)\dfrac{\partial V}{\partial y}, \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)} + \dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial z}\right)} + \dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{\partial\Omega}{\partial\dfrac{\partial w}{\partial z}} = 2K\delta(3k+1)\dfrac{\partial V}{\partial z}; \end{cases}$$

$$(3)\quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{q}{CD}\Delta_2 V + \frac{\dfrac{C'}{C}-1}{3\delta}\frac{\partial\theta}{\partial t},$$

où $\Delta_2 V = \dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 V}{\partial z^2}$; q est le coefficient de conductibilité; D la densité; C′ et C les deux chaleurs spécifiques, et δ le coefficient de dilatation linéaire du corps.

» 2° Qu'en tous les points de la surface elles satisfassent aux conditions suivantes, où n est la normale extérieure en un point de la surface, et q' le coefficient de la conductibilité extérieure du corps

$$(4)\quad \begin{cases} \left[\dfrac{\partial\Omega}{\partial\dfrac{\partial u}{\partial x}} - 2K\delta(3k+1)V\right]\cos(n,x) + \dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)}\cos(n,y) + \dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)}\cos(n,z) = 0, \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)}\cos(n,x) + \left[\dfrac{\partial\Omega}{\partial\dfrac{\partial v}{\partial y}} - 2K\delta(3k+1)V\right]\cos(n,y) + \dfrac{d\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{dy}\right)}\cos(n,z) = 0, \\ \dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)}\cos(n,x) + \dfrac{\partial\Omega}{\partial\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial z}\right)}\cos(n,y) + \left[\dfrac{\partial\Omega}{\partial\dfrac{\partial w}{\partial z}} - 2K\delta(3k+1)V\right]\cos(n,z) = 0; \end{cases}$$

$$(5)\quad q\left[\frac{\partial V}{\partial x}\cos(n,x) + \frac{\partial V}{\partial y}\cos(n,y) + \frac{\partial V}{\partial z}\cos(n,z)\right] + q'V = 0.$$

» 3° Que pour $t = 0$, $V = f(x, y, z)$, f étant une fonction donnée.

» Supposons que, pour résoudre ce problème, on cherche d'abord des solutions particulières de la forme

$$(6)\quad u = u_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t}, \quad v = v_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t}, \quad w = w_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t}, \quad V = V_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t},$$

satisfaisant à toutes les conditions, sauf celle relative à l'instant initial. On en déduira $\theta = \theta_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t}$ en posant $\theta_\lambda = \frac{\partial u_\lambda}{\partial x} + \frac{\partial v_\lambda}{dy} + \frac{\partial w_\lambda}{\partial z}$.

» Les fonctions u_λ, v_λ, w_λ, V_λ des trois variables x, y, z satisferont aux équations (2) et (3) en tous les points du corps, et à celles (4) et (5) à la surface.

» Soient λ et μ deux valeurs différentes de λ; si l'on ajoute les équations (2) où les lettres u, v, w, V sont remplacées par u_λ, v_λ, w_λ, V_λ, multipliées respectivement par $u_\mu\, dx\, dy\, dz$, $v_\mu\, dx\, dy\, dz$, $w_\mu\, dx\, dy\, dz$, et qu'on intègre dans l'étendue du volume du corps, on obtient facilement, au moyen d'intégrations par parties et en ayant égard aux conditions (4),

$$\iiint \left[\frac{\partial \Omega}{\partial \frac{\partial u_\lambda}{\partial x}} \frac{\partial u_\mu}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial \frac{\partial v_\lambda}{\partial x}} \frac{\partial v_\mu}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial \frac{\partial w_\lambda}{\partial x}} \frac{\partial w_\mu}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial \left(\frac{\partial v_\lambda}{\partial z} + \frac{\partial w_\lambda}{\partial y}\right)} \left(\frac{\partial v_\mu}{\partial z} + \frac{\partial w_\mu}{\partial y}\right) \right.$$
$$\left. + \frac{\partial \Omega}{\partial \left(\frac{\partial w_\lambda}{\partial x} + \frac{\partial u_\lambda}{\partial z}\right)} \left(\frac{\partial w_\mu}{\partial x} + \frac{\partial u_\mu}{\partial z}\right) + \frac{\partial \Omega}{\partial \left(\frac{\partial u_\lambda}{\partial y} + \frac{\partial v_\lambda}{\partial x}\right)} \left(\frac{\partial u_\mu}{\partial y} + \frac{\partial v_\mu}{\partial x}\right) \right] dx\, dy\, dz$$
$$= 2K\delta(3k+1) \iiint V_\lambda \theta_\mu\, dx\, dy\, dz.$$

» Cette équation subsistera si l'on permute les lettres λ et μ; mais, par cette permutation, le premier membre ne change pas, comme il résulte d'une propriété élémentaire des formes quadratiques; donc il en est de même du second, et l'on a

$$(7)\qquad \iiint (V_\lambda \theta_\mu - V_\mu \theta_\lambda)\, dx\, dy\, dz = 0.$$

» D'autre part, si l'on substitue les expressions $V = V_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t}$, $V = V_\mu e^{-\mu^2 \frac{q}{CD} t}$ dans l'équation (3), on voit que les fonctions V_λ, V_μ, θ_λ, θ_μ satisfont en tous les points du corps aux deux équations

$$(8)\quad \frac{1}{\lambda^2} \Delta_2 V_\lambda + V_\lambda + \frac{\frac{C'}{C} - 1}{3\delta} \theta_\lambda = 0, \quad \frac{1}{\mu^2} \Delta_2 V_\mu + V_\mu + \frac{\frac{C'}{C} - 1}{3\delta} \theta_\mu = 0.$$

» Si on les retranche après avoir multiplié la première par $\theta_\mu\, dx\, dy\, dz$,

la seconde par $\theta_\lambda\, dx\, dy\, dz$, et qu'on intègre la différence dans l'étendue du volume du corps, il vient, à cause de (7),

$$\frac{1}{\lambda^2}\iiint V_\mu \Delta_2 V_\lambda\, dx\, dy\, dz - \frac{1}{\mu^2}\iiint V_\lambda \Delta_2 V_\mu\, dx\, dy\, dz = 0;$$

mais si l'on a égard à ce que les fonctions V_λ et V_μ satisfont toutes deux à la condition à la surface (5), une double intégration par parties, ou si l'on veut, le théorème de Green montre que les deux intégrales triples qui entrent dans cette équation sont identiques, en sorte qu'elle se réduit à $\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\mu^2}\right)\iiint V_\lambda \Delta_2 V_\mu\, dx\, dy\, dz = 0$, et, par conséquent, si $\mu \gtrless \lambda$, à

$$\iiint V_\lambda \Delta_2 V_\mu\, dx\, dy\, dz = 0. \qquad (9)$$

Telle est la formule que je voulais établir.

» Soit d'après cela $V = \Sigma A_\lambda V_\lambda e^{-\lambda^2 \frac{q}{CD} t}$, une somme de solutions se rapportant à toutes les valeurs admissibles de λ, on demande de déterminer les constantes A_λ, de façon à satisfaire à la condition 3° relative à l'instant initial, c'est-à-dire de façon que $\Sigma A_\lambda V_\lambda = f(x, y, z)$, on voit qu'on trouve $A_\lambda = \frac{\iiint f(x, y, z) \Delta_2 V_\lambda\, dx\, dy\, dz}{\iiint V_\lambda \Delta_2 V_\lambda\, dx\, dy\, dz}$. Si, avec Fourier, on fait abstraction de la contraction que subissent les corps pendant le refroidissement, les équations (8) se réduisent à leurs deux premiers termes, et celle (9) se réduit à la formule classique $\iiint V_\lambda V_\mu\, dx\, dy\, dz = 0$.

» Toutes les fois que cette dernière permet de déterminer les coefficients A_λ, en négligeant la dilatation ou la contraction des corps, notre formule (9) fournit la même solution en y ayant égard. »

HYDRAULIQUE. — *Expériences de mesurage de vitesses faites à Roorke (Inde anglaise) par M.* Allan Cunningham. Note de M. **Bazin**, présentée par M. de Saint-Venant.

« Les magnifiques canaux d'irrigation de l'Inde anglaise présentent pour les expériences hydrauliques des facilités exceptionnelles.

» Les expériences exécutées sur le canal du Gange à Roorkee, du 9 décembre 1874 au 15 avril 1875, ont été faites au milieu du grand pont-aqueduc sur lequel le canal du Gange franchit la rivière Solani; la cuvette de ce pont est divisée par un mur longitudinal en deux sections égales de 26 mètres de largeur chacune; la profondeur d'eau peut atteindre 3 mètres;

les parois, fort régulières, sont en maçonnerie de briques; le fond est généralement recouvert d'un léger dépôt vaseux.

» Les flotteurs se présentent tout naturellement pour la mesure des vitesses superficielles : quelques précautions sont cependant nécessaires. Le parcours doit être assez long pour que l'observation du temps ait une précision suffisante, mais on ne peut dépasser une certaine limite variable dans chaque cas particulier, les flotteurs ne suivant pas une ligne parallèle au fil de l'eau. L'*équation personnelle* de chaque observateur a une influence appréciable sur l'évaluation du temps : on peut toutefois l'éliminer.

» Au-dessous de la surface, l'usage des flotteurs devient sujet à de sérieuses objections; ils doivent être *doubles* et se composer : 1° d'un flotteur plus dense que l'eau, plongeant à la profondeur où l'on veut mesurer la vitesse; 2° d'un flotteur de surface rattaché par une corde légère au flotteur de fond dont il accuse la marche. Les dimensions du flotteur de surface et du cordeau de jonction doivent être aussi petites que possible, afin de ne pas influer sur le mouvement du flotteur inférieur. Ces conditions sont en partie incompatibles.

» Trois types de flotteurs ont été essayés. Le premier consistait en une boule en bois dur de $0^m,075$ de diamètre, reliée par un fil de cuivre très-fin à une plaque de même diamètre, en liége ou en bois léger. Dans le deuxième, le flotteur de surface n'était plus qu'un simple morceau de liége de $0^m,025$ de largeur, et la boule en bois était remplacée par deux disques de fer-blanc de $0^m,075$ de diamètre assemblés à angle droit. Enfin le troisième type était formé de deux boules égales: l'une d'elles était en tout semblable à celle du type n° 1; l'autre, faite d'un bois plus léger que l'eau, servait de flotteur de surface. La vitesse U que prenait ce dernier appareil devant être sensiblement égale à la $\frac{V+v}{2}$ des vitesses V et v qui agissent sur les boules supérieure et inférieure, on mesurait directement V en faisant accompagner l'instrument par un flotteur libre semblable à la boule supérieure, et l'on en déduisait $v = 2U - V$.

» On doit admettre que l'instrument qui accuse la plus faible vitesse est celui dans lequel l'influence du flotteur de surface a été le plus complétement éliminée. Contrairement à ce que l'on pourrait attendre, le flotteur n° 2 a donné des vitesses légèrement supérieures à celles du n° 1 : quant au n° 3, ses vitesses, inférieures de 9 pour 100 à celles du flotteur n° 1, sont incontestablement trop faibles, et il est probable que la correction admise pour éliminer l'action de la surface est exagérée. Ces essais compa-

ratifs, qui ont conduit à donner la préférence au type n° 1, montrent quelle est l'influence des instruments sur l'appréciation des vitesses.

» L'emploi du métal pour la construction des flotteurs serait préférable à celui du bois dont la densité se modifie par suite des alternatives de sécheresse et d'humidité.

» Les vitesses locales en chaque point d'un courant ne sont nullement constantes : elles varient sans cesse et d'une manière très-rapide; c'est seulement en formant la moyenne de mesures nombreuses qu'elles peuvent être appréciées exactement. En élevant en chaque point de la section transversale une perpendiculaire à son plan, d'une longueur proportionnelle à la vitesse correspondante, les extrémités de toutes ces perpendiculaires formeront une surface qui sera la représentation géométrique de la distribution des vitesses. Si l'on calcule, à un instant donné, le volume compris entre cette surface et le plan vertical à partir duquel ses ordonnées sont portées, on le trouvera toujours sensiblement constant, malgré les variations incessantes de forme, semblables en quelque sorte à celles d'une membrane flexible qui renfermerait un fluide incompressible. Cette constance approchée se retrouve dans l'aire des courbes résultant des sections de la même surface par des plans horizontaux et verticaux.

» *Courbe des vitesses à la surface.* — La courbe des vitesses à la surface dans chaque demi-cuvette du pont-aqueduc de Solani est fort exactement représentée par l'équation

$$\left(\frac{v}{V}\right)^4 + \left(\frac{x}{L}\right)^4 = 1,$$

V indiquant la vitesse maximum au milieu du courant, dont L est la demi-largeur, et v la vitesse au point situé à la distance x du milieu.

» Cette courbe se présente donc comme une sorte d'ellipse de quatrième degré, qui est fort aplatie. MM. Humphreys et Abbott ont attribué à une pareille courbe, sur le Mississipi, la figure parabolique. D'après M. Revy, la vitesse en chaque point de la surface d'une rivière serait simplement proportionnelle à la profondeur correspondante. Ces divers résultats ne peuvent être admis d'une manière générale.

» *Courbes des vitesses suivant la verticale.* — Cette courbe est franchement parabolique; on peut mettre son équation sous la forme

$$V - v = M\left(\frac{x-h}{H}\right)^2,$$

v indiquant la vitesse au point situé à la profondeur x, h la profondeur du point où se trouve la vitesse maximum V, et H la profondeur totale.

» La vitesse maximum a été trouvée le plus souvent au-dessous de la surface, mais à une profondeur moins grande que dans les expériences du Mississipi, le rapport $\frac{h}{H}$ n'ayant pas dépassé $\frac{1}{5}$.

» Le choix des instruments employés à la mesure des vitesses a une influence considérable sur la valeur du paramètre M, ainsi que le démontrent deux séries comparatives exécutées dans des conditions parfaitement identiques avec les flotteurs n^{os} 1 et 3. La courbure de la parabole obtenue à l'aide des flotteurs n° 3 (deux boules) est beaucoup plus accusée, bien que la vitesse moyenne soit la même pour les deux courbes. L'emploi des flotteurs n° 1 (boule et plaque) tend certainement à diminuer cette courbure, mais celui des flotteurs n° 3 tend à l'exagérer.

» *Flotteurs verticaux.* — On se sert quelquefois, pour mesurer directement la vitesse moyenne sur une même verticale, de tiges en bois lestées à leur extrémité inférieure, de manière à se tenir debout dans le courant. Ces instruments n'accusent pas la véritable vitesse moyenne. Les expériences comparatives faites avec ce genre de flotteurs ont prouvé en effet que, pour une petite profondeur, leurs indications sont légèrement trop fortes; elles deviennent ensuite trop faibles, et cet écart augmente progressivement avec la profondeur d'immersion du flotteur et aussi avec celle du courant. Il s'est élevé jusqu'à 6 pour 100 dans un courant de $2^{m},90$ de profondeur. Les flotteurs verticaux ne peuvent donc pas donner avec précision la véritable vitesse moyenne et ne constituent qu'un procédé de jaugeage approximatif.

» Si l'on déduit d'une série d'observations faites avec ces flotteurs la courbe des vitesses suivant la verticale, on obtient une parabole à courbure très-accusée, tout à fait analogue à celle que fournissent les flotteurs doubles n° 3. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la différence de potentiel que présentent, après la rupture du courant inducteur, les extrémités isolées d'une bobine ouverte d'induction.* Note de M. **Mouton**.

« Dans deux Communications précédentes (1), j'ai annoncé que la différence de potentiel dont il s'agit, nulle tant qu'est fermé le courant inducteur, commence à se manifester aussitôt la rupture, augmente, atteint un maximum, diminue, retombe à zéro, change de signe pour revenir à zéro et

(1) *Comptes rendus* du 3 janvier et du 12 juin 1876.

osciller ainsi autour de cette dernière valeur jusqu'à ce qu'elle y retombe définitivement. Dans la Communication du 12 juin, j'ai donné, au point de vue du temps, les lois de ces mouvements électriques. Je me propose de donner aujourd'hui les valeurs successives de ces différences de tension, et d'établir quelques lois de leurs variations.

» L'instrument de mesure était, comme je l'ai dit, un électromètre à quadrants de M. Thomson; l'aiguille était chargée par sa communication avec l'un des pôles d'une pile ouverte dont l'autre pôle était relié au sol. Ce procédé, appliqué à ces instruments par M. Branly (1), est d'une extrême commodité; mais il doit être accompagné de précautions spéciales quand les différences de potentiel à mesurer peuvent être comparables à la valeur du potentiel de charge de l'aiguille. Je ne signalerai de l'étude préalable que j'ai faite de l'instrument que les deux faits suivants (2) :

» 1° Pour une même différence de potentiel entre deux points reliés aux quadrants, la déviation de l'aiguille dépend de la valeur absolue de ces potentiels; si l'on fait communiquer alternativement ces deux points au sol, leur différence de potentiel demeurant la même, la moyenne des déviations obtenues est sensiblement égale à celle qu'on obtient quand les deux potentiels sont égaux et de signe contraire. Voici trois de ces déviations correspondantes : 126 — 186 — 160.

» 2° Quelles que soient les valeurs absolues des potentiels des deux points liés aux quadrants, si l'on donne alternativement à l'aiguille des charges égales et de signe contraire par un intervertissement des pôles de la pile de charge, la moyenne des deux déviations obtenues est sensiblement égale à la déviation qu'aurait donnée l'instrument si les deux potentiels avaient été égaux et de signe contraire.

» Ces faits sont une vérification expérimentale de la formule récemment donnée par M. Mascart, et qui m'a servi de guide (3).

» De la seconde conséquence il résulte qu'il suffit d'établir une courbe de graduation de l'instrument au moyen de piles ouvertes à milieu relié au sol; une double mesure rapidement faite au moyen d'un commuta-

---

(1) *Annales scientifiques de l'Ecole normale*, t. II (1873), p. 210.

(2) Cette étude a été faite au moyen de batteries voltaïques; M. Thomson attribue l'idée de ce procédé à Dellmann et l'emploie constamment. Voir *Reprint of Papers on electrostatic and magnetism*. London, 1872, p. 201, 202, 204, 300, etc.

(3) *Journal de Physique* de M. d'Almeida, t. IV, p. 324 et suiv. (Extrait d'un *Traité d'électricité statique* aujourd'hui paru.)

teur spécial interposé entre la pile de charge et l'aiguille donne deux nombres dont les moyennes se rapportent à la graduation établie; de plus, les valeurs relatives de ces deux nombres peuvent fournir d'utiles renseignements sur les valeurs absolues des potentiels mesurés, et ainsi ce qui pouvait paraître un inconvénient de ces charges relativement faibles, présente au contraire un nouvel avantage. J'ai dressé cette courbe de graduation en suivant, au moyen de piles ouvertes, une marche tout à fait analogue à celle de la graduation du galvanomètre par la lentille à secteurs de MM. de la Provostaye et Desains. Une batterie de 20 éléments Daniell, soigneusement entretenus, me servait à éliminer les variations qui pouvaient se produire dans la sensibilité de l'instrument (1).

» Quant aux appareils d'induction, ils étaient ceux que j'ai rapidement décrits dans ma Communication du 12 juin.

» Cela posé, voici les résultats que j'ai obtenus :

» 1° Lorsque la bobine induite est formée d'une seule partie, de sorte que l'une des extrémités du fil se trouve à l'intérieur de la masse enroulée et l'autre à l'extérieur, la première reste pendant toute la durée du phénomène à un potentiel *a peu près* nul; la différence mesurée représente ainsi tout entière le potentiel du pôle extérieur. Si la bobine est formée de deux bobines semblables, reliées soit par leur extrémité intérieure, soit par leur extrémité extérieure, les deux pôles libres ont à chaque instant des potentiels égaux et de signe contraire.

» 2° L'appareil d'induction restant le même, si l'on change l'intensité du courant inducteur, les valeurs du premier maximum, le seul dont je me sois occupé dans ce cas, croissent plus vite que proportionnellement aux intensités du courant inducteur; mais, si l'on considère les valeurs des intégrales $\int_0^\theta E dt$, où E désigne la différence de potentiel fonction du temps et θ le temps compris entre le début et le premier zéro, ou, ce qui revient au même, les aires de la première boucle de la courbe générale, ces valeurs sont exactement proportionnelles aux intensités du courant inducteur. Exemple : courants, 1, 2, 3; premiers maximum, 18, 40, 63; aires, 140, 281, 428.

» 3° L'intensité du courant inducteur restant la même, les valeurs du premier maximum croissent plus vite que proportionnellement aux nombres de couches de spires composant la bobine inductrice; mais les aires

(1) Thomson, *loc. cit.*, p. 246.

$\int_0^\theta E dt$ leur sont encore proportionnelles. Exemple : nombres de couches, 1, 2, 3, 4; premiers maximum : 28, 61, 104, 150; aires : 90, 182, 300, 393 (il y a ici une erreur par excès que j'ai toujours trouvée dans ce sens).

» 4° L'introduction de dix morceaux de fil de fer doux dans la bobine inductrice a fait monter le premier maximum de 18 à 50, et l'intégrale $\int_0^\theta E dt$ de 140 à 457.

» 5° Les maximum diminuent assez lentement pendant la période oscillatoire. Voici des nombres extraits d'une série obtenue le 3 mai 1876, permettant de tracer six boucles de la courbe, la vis micrométrique de mon disjoncteur ne me permettant pas d'aller au delà. L'unité de la colonne 1 est le temps correspondant à l'une des vingt-cinq divisions du limbe de la vis; ce temps était, ce jour-là, $0^s,000045$; l'unité de la colonne 2 est la force électromotrice d'un Daniell. La pile inductrice était un élément Daniell, demi-grandeur, rempli aux 2 tiers environ de dissolutions bien pures de sulfate de zinc et de sulfate de cuivre; sa résistance était 4,5 unités Siemens; le courant traversait en plus une résistance de 1,5 unités Siemens; la bobine inductrice avait deux épaisseurs de spire, sans fer à l'intérieur; la bobine induite était celle de 13860 tours :

1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.
t d		t d		t d		t d		t d	
1 06	0	2 07	18,0 gauche	3 02	34,4 droite	3 20	36,8 gauche	4 18	25,0 droite
07	7,0 droite	09	32,0 »	04	41,4 »	22	36,8 »	22	5,0 »
12	34,4 »	14	46,0 »	08	32,3 »	4 01	23,6 »	24	4,0 gauche
18	61,7 »	17	36,0 »	12	7,0 »	05	0,0 »	5 02	19,4 »
24	36,8 »	21	4,0 »	14	5,0 gauche	07	12,0 droite	07	31,6 »
2 03	9,0 »	23	12,0 droite	17	23,0 »	10	25,0 »	13	12,0 »
05	0,0 »					14	34,4 »	16	9,0 droite

» Ce travail a été fait au laboratoire de l'École Normale. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur les réactions du chlore sous l'influence du charbon poreux.* Extrait d'une Lettre de M. **Melsens** à M. Dumas.

« Dans la dernière séance de l'Académie, M. Damoiseau a adressé une Note ayant pour objet une nouvelle méthode de substitution du chlore dans les composés organiques. Cette méthode consiste, en définitive, à faire réagir le chlore sur les substances organiques, en présence du

charbon poreux. En lui laissant tout le mérite de ses intéressantes observations, me serait-il permis de rappeler à l'Académie qu'en 1872 (*Mémoires de l'Académie royale de Belgique*) et en 1873 (*Comptes rendus*, t. LXXVI, p. 62) j'ai appelé l'attention des chimistes sur les réactions provoquées par la présence du charbon poreux, soit pour opérer *à froid et dans l'obscurité complète* la combinaison du chlore et de l'hydrogène, soit pour réaliser, dans ces conditions, la formation de l'acide chlorosulfurique de M. V. Regnault?

» Les physiciens et les chimistes savent, d'ailleurs, que le charbon poreux m'a permis de réaliser, d'une manière facile et prompte, la liquéfaction de divers gaz, à la suite de leur condensation préalable dans les pores du charbon.

» J'ai insisté d'une manière particulière sur cette action du charbon, que M. Chevreul a si bien classée parmi les actions dues à l'*affinité capillaire* et que j'ai montrée comme étant analogue, en ce qui concerne le chlore, à celle de la lumière et comme étant même souvent supérieure à celle-ci. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau glycol butylique* (suite). Note de M. MILAN-NEVOLE, présentée par M. Wurtz.

« Dans un Mémoire précédent, l'auteur a décrit la préparation et les propriétés d'un glycol butylique primaire tertiaire. L'objet de la Communication actuelle est l'énumération des produits obtenus par l'oxydation de ce glycol. L'oxydation a été essayée de différentes manières.

» *Oxydation par le permanganate de potasse.* — Une solution aqueuse étendue de permanganate de potasse ne réagit pas à froid sur le glycol, mais il suffit d'une légère élévation de température pour produire une coloration et un dépôt brun de sesquioxyde de manganèse sans dégagement de gaz. La solution, filtrée et évaporée, a laissé une masse blanche, qui était un mélange de carbonate et d'acétate de potasse. L'oxydation par le permanganate est par conséquent trop violente.

» *Oxydation par l'acide nitrique.* — L'acide nitrique étendu de trois à quatre fois son volume d'eau est sans action sur une solution aqueuse de glycol; l'acide nitrique concentré ne réagit pas non plus à la température ordinaire. 1 partie du glycol a été mélangée avec 3 ou 4 parties d'eau; on a ajouté 1 partie d'acide nitrique (densité 1,33), de manière à le faire couler au fond de l'éprouvette, qui était plongée dans l'eau froide. Après vingt-quatre heures, les deux liquides s'étaient à peu près mélangés sans avoir

réagi. On a plongé l'éprouvette dans un bain-marie et l'on a chauffé doucement : entre 50 et 60 degrés, le liquide est devenu trouble; vers 90 degrés il s'est séparé une couche légèrement jaunâtre, d'une odeur éthérée, qui surnageait; on n'a pas observé le dégagement d'un gaz quelconque. Par le refroidissement, le volume de cette couche augmentait. En traitant à peu près 10 grammes du glycol de la manière indiquée, on a pu recueillir environ 6 grammes de cette liqueur éthérée. Une distillation fractionnée a donné $4^{gr},5$ d'un liquide parfaitement incolore et neutre, passant à 136-138 degrés. La réaction avec du potassium a prouvé qu'il ne contient pas d'azote. Trois combustions ont donné en moyenne les chiffres suivants:

$$C = 62,27 \text{ pour } 100, \quad H = 11,28, \quad O \text{ (calculé)} = 26,55 :$$

la formule $C^6 H^{12} O^2$ exige

$$C = 62,06 \text{ pour } 100, \quad H = 10,34, \quad O = 27,58.$$

» La densité des vapeurs a été prise deux fois dans la vapeur d'aniline avec l'appareil Hofmann. On a trouvé 63, 3 et 64, 2 rapporté à l'hydrogène : la formule $C^6 H^{12} O^2$ exige 58. Ces données semblent indiquer que le corps n'est pas homogène. Le sodium ne réagit, même quand on le chauffe, que très-faiblement; une solution aqueuse de baryte, de même que la baryte caustique, n'attaque pas le liquide, même à chaud. Chauffé avec six fois son poids d'acide bromhydrique fumant, dans un tube scellé, au bain-marie, pendant huit heures, le liquide paraît complétement transformé; la solution est presque noire; dans le tube il n'y a, après le refroidissement, aucune pression.

» Quand on distille le produit de la réaction avec de l'eau, il passe, avec la vapeur d'eau, un liquide jaune, plus léger que l'eau, d'une odeur terpénique, qui ne contient pas de brome. Le pentachlorure de phosphore réagit vivement, mais le produit de la réaction n'a pas pu être étudié, de même que celui de la réaction précédente, vu la faible quantité de matière dont on disposait.

» Les eaux mères de la réaction avec l'acide nitrique ont été neutralisées par du carbonate de baryte et filtrées; le dépôt était constitué entièrement de carbonate de baryte ajouté en excès et ne contenait pas d'oxalate. La solution aqueuse qui était neutre a été chauffée à l'ébullition; on a recueilli les premières gouttes qui passaient: elles réduisaient une solution ammoniacale de nitrate d'argent et s'échauffaient légèrement avec une solution de bisulfite de sodium, sans donner de dépôt cristallin. On a évaporé ensuite jusqu'à siccité, et l'on a repris le résidu jaunâtre avec de l'alcool bouillant; la solution alcoolique évaporée a laissé une masse jaune

sirupeuse, qui contenait des cristaux microscopiques et dont l'odeur rappelait l'acide isobutyrique. La quantité était trop minime pour qu'on pût en faire une analyse. L'acide nitrique fumant dissout complétement le glycol quand on chauffe légèrement ; il suffit d'ajouter ensuite un excès d'eau pour produire la séparation du même liquide qu'on a obtenu par l'action de l'acide nitrique ordinaire sur le glycol dilué. Le produit principal de l'oxydation du glycol avec l'acide nitrique est donc un liquide sur la constitution duquel il est encore impossible d'émettre une opinion et dont l'auteur se réserve l'étude approfondie.

» *Oxydation par l'acide chromique.* — On s'est servi d'une solution aqueuse d'acide chromique qui contenait, sur 100 parties, $5^{gr},3$ de CrO^3. On a ajouté par petites doses une quantité calculée de la solution titrée d'acide chromique pour transformer le glycol en acide oxy-isobutyrique. Cette solution d'acide chromique ne réagit pas à froid, mais il suffit de chauffer légèrement au bain-marie pour produire une coloration brune et la formation d'un dépôt brunâtre; il se dégagea en même temps une quantité notable d'acide carbonique. On a observé, dans le tube à dégagement, des gouttelettes d'un liquide très-volatil, d'une odeur acétonique; on a réussi à en recueillir une petite quantité, qui s'échauffait vivement avec une solution très-concentrée de bisulfite de sodium : le mélange a déposé en peu de temps des cristaux. On a filtré à la trompe, on a réduit la liqueur brune par l'hydrogène sulfuré et l'on a précipité par l'ammoniaque. Le liquide filtré a été mélangé avec de l'oxyde de zinc et évaporé à siccité; on a repris par l'eau et l'on a filtré; la liqueur a été concentrée au bain-marie et mise sous une cloche, dans le vide. Il est resté une petite quantité d'une masse blanche cristalline, dans laquelle on a pu déterminer par des réactifs la présence de l'acide acétique.

» L'auteur, n'ayant pas à sa disposition une quantité suffisante de glycol, n'a pas pu étudier l'oxydation du glycol par l'acide chromique d'une manière satisfaisante; mais il espère pouvoir revenir bientôt sur ce sujet et avoir l'honneur de communiquer à l'Académie de nouveaux résultats.

» Ce travail a été fait au laboratoire de M. Wurtz. »

PHYSIQUE. — *Explication de l'impressionnabilité des faces noires du radiomètre à l'aide de la théorie de l'émission, d'après J.-B. Biot.* Note de M. W. DE FONVIELLE. (Extrait.)

« J.-B. Biot explique, dans le troisième volume de son *Traité de Physique*, comment les molécules lumineuses ne peuvent communiquer leur

force vive aux surfaces réfléchissantes. En effet, ces dernières exercent à distance une véritable action répulsive sur ces corpuscules qui, n'arrivant point à les toucher, ne sauraient produire sur elles aucune percussion pareille à celle qu'impriment les corps électriques. Les considérations développées par l'illustre physicien ne s'appliquant nullement aux faces noires, on comprend que la rotation du moulinet de Crookes se produise dans le sens qui leur permet de fuir devant le rayon.

» N'est-il pas curieux de constater que la théorie de l'émission a permis, en quelque sorte, dès 1816, de prévoir l'expérience de M. Crookes : l'explication du phénomène ne réclame, si l'on admet le point de départ de M. Biot, aucun raisonnement nouveau.

» L'effort perdu dans le changement de direction de la molécule lumineuse semble, au premier abord, ne produire aucun effet, résultat qui ne paraît point conciliable avec la loi de la conservation de la quantité de mouvement. Cependant on peut répondre à cette objection en faisant remarquer que, suivant la théorie de l'émission, cette quantité de mouvement est représentée par un travail intérieur exécuté sur le rayon de lumière; car l'orientation de l'axe des molécules lumineuses a été changée lors de la réflexion, puisque, au lieu d'être situés dans la direction du rayon, ces axes lui sont devenus perpendiculaires après la réflexion. Dans cette hypothèse, l'énergie anéantie est représentée par celle qui a été employée pour la polarisation du rayon incident.

» J'ai étudié avec M. Ruhmkorff un appareil connu en Allemagne sous le nom de *moulin à lumière,* dénomination qui me paraît peu justifiée, car la rotation de la roue placée au centre d'un tube de Geissler semble exclusivement produite par un effet dynamique spécial à l'électricité et dans lequel la lumière n'intervient en aucune façon. En effet, le vide est si imparfait que le radiomètre placé dans le tube de Geissler ne peut tourner sans l'action d'un rayon de lumière. En outre, l'état des surfaces n'a aucune influence sur le sens de la rotation du tourniquet de M. Geissler, qui est tout blanc, tant que le sens de cette rotation est interverti à volonté en changeant la direction du courant.

» La prépondérance de la flamme négative, beaucoup plus intense que la flamme positive, ne peut exercer, comme j'avais commencé à le croire. aucune influence dans cette inversion; car un radiomètre très-sensible, qu'on mettrait en mouvement avec ce qui reste de lumière à une allumette qu'on vient d'éteindre, ne s'ébranle pas avec la lueur d'une étincelle d'induction éblouissante, décrépitant assez près de l'ampoule pour pouvoir la perforer.

» L'électricité de l'arc voltaïque exerce, en outre, une attraction visible sur la palette voisine que l'on voit foudroyée à travers le verre. Mais, aussitôt qu'on allume la gutta-percha du rhéophore, sous l'action d'une flamme aussi calorifique que lumineuse, le tourniquet se met à tourner avec rapidité. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur la cristallisation du sucre.* Note de M. G. Flourens, présentée par M. Peligot.

« Depuis les anciens travaux de Dutrône, on n'a pas publié d'étude importante sur la cristallisation du sucre, et les tables que cet auteur a données sur les températures d'ébullition des dissolutions de sucre pur et la proportion de sucre qu'elles peuvent abandonner par le refroidissement sont inexactes.

» Les tables de Dutrône sont encore reproduites dans les derniers ouvrages sur l'industrie sucrière. Ce chimiste a pris pour base de ses déterminations les nombres suivants :

» A la température de 27°,50 C., 3 parties d'eau et 5 de sucre donnent une dissolution saturée, la température d'ébullition de ce sirop étant 103°,89. Il admettait, ce qui est tout à fait erroné, qu'en soumettant à l'évaporation cette dissolution, ce qui augmentait progressivement sa température d'ébullition, et la refroidissant ensuite à 27°,5, il devait se déposer une proportion de sucre égale à celle de l'eau évaporée. La composition de cette liqueur était représentée par 63,50 pour 100 de sucre et 36,50 d'eau.

» Nous trouvons qu'à 27°,50 C., le sirop saturé de sucre pur renferme 67,70 pour 100 de sucre et 32,30 d'eau; il marque, à l'aréomètre de Baumé, 35°,90, ou 36°,46 à 15 degrés C. Son ébullition se produit à 104°,70.

» Nous nous sommes proposé de déterminer :

» 1° La richesse en sucre des dissolutions saturées de sucre pur aux températures comprises entre zéro et 100 degrés C.;

» 2° Les indications de l'aréomètre de Baumé et du densimètre de Gay-Lussac dans ces sirops aux températures observées, et dans ces mêmes sirops amenés à 15 degrés C.;

» (La Table n° 1 donne ces différents résultats.)

» 3° Les températures d'ébullition, à la pression ordinaire de l'atmosphère, des dissolutions sucrées à différents degrés de concentration indiqués par les aréomètres. (Voir la table n° 2.)

» Ces résultats ont surtout une grande importance dans la fabrication du sucre candi; ils permettent d'étudier la formation des cristaux pendant le refroidissement des sirops mis en cristallisation, et de se rendre compte de leur état de saturation, ainsi que de l'influence des variations de la température sur la cristallisation, et des limites de température entre lesquelles celle-ci se produit.

» C'est ce que l'auteur de cette Note se propose de faire dans un prochain travail.

TABLE N° 1.

Températures.	Sucre pour 100.	Degré à l'aréomètre Baumé, à la température observée.	Degré à l'aréomètre Baumé, à 15 degrés centigrades.	Degré au densimètre Gay-Lussac, à la température observée.	Degré au densimètre Gay-Lussac, à 15 degrés centigrades.
0°					
0.....	64,70	35°,30	34°,60	132°,35	131°,50
5.....	65,00	35,35	34,90	132,43	131,90
10.....	65,50	35,45	35,20	132,55	132,25
15.....	66,00	35,50	35,50	132,60	132,60
20.....	66,50	35,60	35,75	132,75	132,90
25.....	67,20	35,80	36,25	133,00	133,55
30.....	68,00	36,00	36,70	133,25	134,05
35.....	68,80	36,20	37,10	133,50	134,60
40.....	69,75	36,40	37,50	133,75	135,10
45.....	70,80	36,75	38,10	134,10	135,90
50.....	71,80	37,10	38,70	134,60	136,60
55.....	72,80	37,50	39,30	135,10	137,40
60.....	74,00	37,90	39,90	135,60	138,20
65.....	75,00	38,30	40,55	136,15	139,10
70.....	76,10	38,60	41,10	136,50	139,80
75.....	77,20	39,00	41,70	137,00	140,60
80.....	78,35	39,30	42,20	137,40	141,30
85.....	79,50	39,65	42,80	137,90	142,20
90.....	80,60	39,95	43,30	138,20	142,90
95.....	81,60	40,10	43,70	138,50	143,40
100.....	82,50	40,30	44,10	138,75	144,00

» L'aréomètre de Baumé employé correspondait à la table des densités construite par Gay-Lussac et publiée par M. Collardeau. Son module était 144,3, c'est-à-dire que, si l'on représente par n le degré Baumé, la densité $D = \frac{144,3}{144,3 - n}$.

TABLE N° 2.

Températures d'ébullition.	Degrés à l'aréomètre de Baumé, à la température observée.	Degrés à l'aréomètre de Baumé, à 15 degrés centigrades.	Degrés au densimètre de Gay-Lussac, à la température observée.	Degrés au densimètre de Gay-Lussac, à 15 degrés centigrades.
104°,5.....	32°,20	36°,25	128°,72	133°,50
105.....	33,20	37,25	129,90	134,80
105,5.....	34,20	38,30	131,06	136,13
106.....	35,00	39,10	132,00	137,20
106,5.....	35,50	39,65	132,60	137,80
107.....	36,00	40,15	133,25	138,55
107,5.....	36,50	40,70	133,85	139,25
108.....	37,00	41,10	134,50	139,85
108,5.....	37,50	41,75	135,10	140,80
109.....	37,90	42,10	135,62	141,20
109,5.....	38,25	42,50	136,07	141,80
110.....	38,50	42,80	136,40	142,15
110,5.....	38,75	43,00	136,70	142,45
111.....	39,00	43,30	137,00	142,90
111,5.....	39,30	43,65	137,40	143,35
112.....	39,60	44,00	137,70	143,80
112,5.....	39,80	44,20	138,10	144,15
113.....	40,00	44,40	138,35	145,00
114.....	40,30	»	138,75	»
115.....	40,60	»	139,15	»
116.....	40,90	»	139,55	»
117.....	41,20	»	140,00	»
118.....	41,45	»	140,30	»
119.....	41,65	»	140,60	»
120.....	41,90	»	140,85	»
125.....	42,80	»	142,15	»
130.....	43,50	»	143,15	»

» Au-dessus de 43°,50 B., on ne peut plus faire l'observation aréométrique à froid, à cause de la viscosité des sirops. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Des caractères anatomiques du sang dans les anémies.* — Deuxième Note de M. G. HAYEM, présentée par M. Vulpian.

« L'examen anatomique du sang doit, pour être complet, comprendre : 1° l'étude histologique des éléments ; 2° la détermination de la couleur

ou du pouvoir colorant du sang ; 3° la numération des éléments dans un volume connu.

» Après avoir décrit dans une première Note les caractères histologiques des globules rouges dans les anémies, nous résumerons dans celle-ci les résultats de nos recherches sur le pouvoir colorant du sang.

» Dans les études anatomiques entreprises sur les anémies, on s'est préoccupé surtout, jusqu'à présent, de la numération des éléments du sang, et l'on croit généralement que cette opération permet d'apprécier très-exactement le degré de l'anémie. Cependant, d'après les faits rapportés dans notre précédente Note, il est évident que, du moment où les globules rouges sont altérés, tout procédé tenant uniquement compte de leur nombre est imparfait. Nous montrerons même que la numération fournit souvent des résultats qui sont en contradiction formelle avec l'état réel des malades. Il est donc nécessaire de chercher à évaluer par un autre moyen la proportion de substance globulaire active contenue dans le sang, c'est-à-dire la proportion d'hémoglobine.

» L'hémoglobine étant la seule matière colorante du sang (car on peut négliger la faible matière colorante du plasma), il suffit, pour atteindre le but que nous indiquons, de déterminer exactement la couleur de ce liquide ou mieux son *pouvoir colorant*.

» On entend par pouvoir colorant du sang l'intensité de coloration que peut produire, dans une certaine quantité de liquide, un volume de sang déterminé.

» C'est John Duncan, qui le premier, croyons-nous, eut l'idée, en 1867, d'étudier le pouvoir colorant des globules à l'aide de solutions de sang salées. Les recherches fort intéressantes de cet auteur, faites sur la chlorose, le conduisirent à penser que, dans cette maladie, les globules éprouvent individuellement des altérations, et que chacun d'eux contient moins d'hémoglobine qu'à l'état normal. Duncan fit de cette lésion des globules rouges un caractère propre à la chlorose.

» Nous avons repris cette étude, en nous servant de nouveaux procédés et en étendant ce genre de recherches à toutes les anémies.

» Afin de rendre la détermination du pouvoir colorant du sang facile et expéditive, nous utilisons le mélange sanguin préparé pour la numération des globules. Après avoir pris la goutte nécessaire pour faire cette numération, on verse le mélange sanguin dans une cellule de verre, formée par un anneau de verre blanc collé sur une lame également de verre blanc. En appliquant cette sorte de cuvette sur une feuille de papier écolier ordinaire,

la couche de sang dilué qu'elle contient présente une teinte particulière, qui varie nécessairement suivant la richesse du sang en hémoglobine.

» Comme, d'autre part, on a fabriqué à l'aquarelle un certain nombre de rondelles coloriées du même diamètre que la cellule de verre et représentant une échelle de teintes aussi analogues que possible à celles des divers mélanges sanguins, il ne reste plus qu'à déterminer, par comparaison, à quelle teinte correspond la couleur du mélange contenu dans la petite cuvette.

» Au premier abord, ce procédé ne paraît pas être très-rigoureux, et, à la vérité, il est loin d'être sans défaut; mais il a l'avantage de n'exiger qu'une goutte de sang et par conséquent de pouvoir être mis en pratique, sans aucun inconvénient, chez tous les malades. De plus, l'expérience m'a démontré qu'il est d'une précision parfaitement suffisante, ce qui tient surtout à la netteté des différences de coloration qu'il s'agit d'apprécier.

» Nous ajouterons que nous avons essayé en vain de nous servir de l'instrument d'optique appelé *colorimètre* et qu'on utilise particulièrement dans l'industrie des sucres. Ce colorimètre nécessiterait l'emploi d'une certaine quantité de sang, qu'il faudrait se procurer par la saignée. Il ne serait donc pas applicable aux recherches cliniques, et cet inconvénient ne serait probablement pas compensé par une exactitude plus grande.

» Après avoir obtenu une échelle de teintes, il restait à déterminer la valeur de chaque teinte. Nous avons choisi comme point de départ, comme étalon en quelque sorte, la plus forte coloration que puisse donner chez l'adulte le sang du bout du doigt : c'est la teinte que présente habituellement le sang veineux. Nous avons eu ainsi le n° 1 de notre échelle, c'est-à-dire celui qui correspond à la proportion d'hémoglobine la plus forte du sang normal.

» Nous appelons R la quantité d'hémoglobine et nous posons R = 1 pour représenter le maximum de matière colorante contenue dans le sang normal. Ce maximum correspond à 6 millions de globules sains par millimètre cube.

» En faisant varier nos dilutions de sang normal dans des proportions convenables, nous avons pu estimer la valeur de chacune de nos teintes par rapport à 1. De plus, en faisant, comme contre-épreuve, la numération des globules dans chaque dilution, nous avons pu inscrire, à coup sûr, à côté de la valeur de chaque teinte par rapport à 1, le nombre correspondant de globules normaux.

» L'examen du sang, fait d'après ces principes et par ce procédé, chez

plusieurs individus sains et un grand nombre de malades, nous a permis d'arriver aux principales conclusions suivantes :

» La quantité d'hémoglobine contenue dans le sang varie, à l'état pathologique, dans des proportions considérables. Soient, comme nous l'avons posé plus haut, R la quantité d'hémoglobine et 1 la valeur de R dans le sang le plus riche. La quantité d'hémoglobine, soit R, peut osciller de 1 à $\frac{1}{1,5}$, c'est-à-dire 0,66, sans qu'il y ait anémie.

» A l'état normal, on trouve le plus souvent R = 0,85 ou 0,90.

» L'anémie commence lorsqu'on trouve $R < \frac{1}{1,5}$.

» Quand on embrasse tous les degrés et toutes les variétés d'anémie dans un tableau d'ensemble, on voit que R varie de $\frac{1}{1,5}$ à $\frac{1}{8}$, soit de 0,66 à 0,125, ce qui constitue un vaste champ d'oscillations, dans lequel on peut trouver toutes les proportions intermédiaires entre les deux chiffres extrêmes.

» Dans les anémies profondes, la quantité d'hémoglobine contenue dans le sang est donc environ huit fois moins forte qu'à l'état normal.

» N'ayant pas observé de mort par anémie, il nous est actuellement impossible d'indiquer le minimum de la valeur de R, c'est-à-dire la proportion d'hémoglobine qui cesserait d'être compatible avec la vie.

» Dans les anémies de moyenne intensité, R oscille entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$, soit entre 0,50 et 0,25.

» Cela posé, lorsqu'on met en regard de la richesse du sang en hémoglobine le nombre des globules rouges, on obtient des valeurs qui sont loin d'être proportionnelles, et ce rapprochement permet d'apprécier l'importance de l'altération individuelle des globules. C'est sur ce dernier point que portera notre prochaine Communication. »

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la fatigue sur les variations de l'état électrique des muscles pendant le tétanos artificiel.* Note de MM. **Morat** et **Toussaint**, présentée par M. Cl. Bernard.

« Dans une précédente Note, nous avons exposé les résultats fournis par la contraction induite pour l'étude des phénomènes électriques de la contraction volontaire et du tétanos artificiel provoqué par une série d'excitations rapprochées.

» En comparant soit plusieurs tétanos produits dans des conditions dif-

férentes, soit les phases d'un même tétanos, et en enregistrant simultanément dans les deux cas la contraction de la patte induite, on arrive à cette conclusion implicitement contenue dans notre précédent travail : *Le graphique de la contraction directe, qui est l'expression exacte du travail mécanique du muscle, ne peut pas donner d'indications rigoureuses sur les variations de l'état électrique de ce muscle; ces variations sont au contraire fidèlement accusées par les indications du tracé de la patte induite.*

» Nous avons de plus démontré que, de même que les contractions intermittentes qui constituent le tétanos sont transformées en un travail continu, les oscillations concomitantes du courant musculaire peuvent être atténuées au point de fixer le courant musculaire en état de variation négative presque constante; et cela par le même procédé, c'est-à-dire en obtenant une fusion plus parfaite des secousses composantes du tétanos.

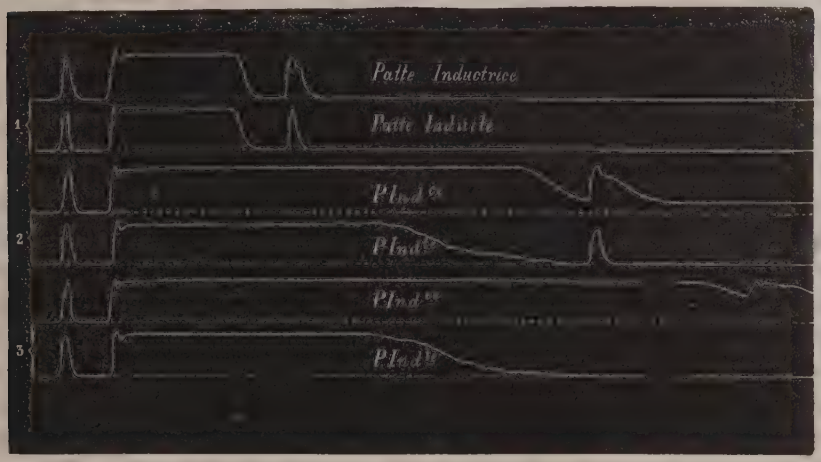
» Nous nous proposons dans ce travail d'insister spécialement sur les moyens qui nous ont servi à démontrer la corrélation plus ou moins prochaine, suivant les cas, qui existe entre le travail physiologique et l'état électrique du muscle tétanisé, en étudiant spécialement un des facteurs les plus importants qui interviennent dans la fusion des secousses, savoir la durée ou l'allongement de chaque secousse en particulier. Dans le cas d'excitation de nerfs sectionnés, cet allongement dépend surtout d'une condition qui, nulle au début, va en croissant à mesure que le tétanos se prolonge : c'est la fatigue du muscle ou plutôt du nerf excité.

» Tout tétanos provoqué par un nombre relativement peu fréquent, mais constant, d'excitations, s'il se prolonge un certain temps, présentera trois phases, nullement distinctes dans son propre graphique, mais qui se traduisent dans le tracé de la patte induite par trois phases bien nettes, correspondant à des états électriques différents du muscle inducteur; *première phase* : les secousses brèves du tétanos inducteur, que le graphique montre déjà fusionnées, s'accompagnent en réalité d'oscillations accentuées de la variation négative (tétanos induit); *deuxième phase* : la fusion des secousses devient de plus en plus parfaite (chute graduelle du tétanos induit); *troisième phase* : les secousses composantes du tétanos s'allongeant de plus en plus, les oscillations électriques s'atténuent au point de ne plus provoquer de réactions dans la patte galvanoscopique (cessation du tétanos induit).

» On peut se rendre un compte exact des modifications que subit le tétanos inducteur et rendre ces modifications sensibles sur le graphique même de ce tétanos, à la condition d'obtenir isolées la première et la dernière de ses secousses.

» En produisant une seule excitation immédiatement avant lui et un autre immédiatement après, on isole de la sorte deux secousses dont la première représente exactement sa contraction initiale et l'autre sensiblement sa secousse terminale.

» En produisant une série de tétanos plus ou moins prolongés toujours sur un nerf frais ou reposé, pour avoir des débuts comparables, on réalisera facilement les différentes phases que nous avons indiquées.



» La secousse initiale obtenue à chaque début dans les mêmes conditions ne change pas; la secousse terminale, au contraire, présente des modifications de forme de plus en plus accusées, à mesure que l'on a affaire à un tétanos plus longtemps prolongé. Son sommet s'arrondit, sa ligne de descente devient de plus en plus oblique et reste à une assez grande hauteur au-dessus de la ligne des abscisses.

» Ainsi, en tenant compte des modifications de l'état électrique des muscles, nous pouvons distinguer dans le tétanos artificiel deux types : l'un dans lequel les secousses sont assez parfaitement fusionnées pour être presque invisibles dans le graphique musculaire, mais où la valeur de la variation négative subit néanmoins à chaque secousse des oscillations capables d'induire un tétanos secondaire; ce type peut être considéré comme un tétanos encore imparfait. Dans l'autre type, non-seulement les secousses sont fusionnées, mais la variation négative est amenée à une valeur à peu près constante; c'est le tétanos parfait, celui que les indications de la patte galvanoscopique nous montrent semblable à la contraction volontaire. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur un cas remarquable de réduction de l'acide nitrique et d'oxydation de l'acide acétique, avec production d'alcool, sous l'influence de certains microzymas*; par M. **J. Béchamp**. (Extrait par l'auteur.)

« Il y a quelques années, M. A. Béchamp a fait voir que l'acétate de soude, l'oxalate d'ammoniaque étaient brûlés sous l'influence des ferments qui se développent dans leur solution; tandis que l'acétate de soude et l'oxalate d'ammoniaque sont transformés en carbonates, il se forme une quantité très-appréciable d'alcool (1). Pendant cette action, l'oxygène de l'air contenu dans les appareils est absorbé, mais la quantité de ce gaz dans le carbonate produit est plus considérable que celle-là. On a conclu de ce fait à la décomposition nécessaire de l'eau.

» M. Méhay, dans une Note récemment publiée sous ce titre : « Sur un cas d'oxydation à froid de l'acide acétique dans les liquides neutres ou faiblement alcalins, en présence de ces azotates et des phosphates alcalins » (2), fait voir qu'un mélange d'acétate, de nitrate et de phosphate de soude peut fermenter : l'acétate de soude disparaît sous forme de carbonate; de l'azote se dégage. Il se forme en même temps une matière glaireuse, substance azotée, combustible, soluble dans l'acide sulfurique concentré et l'acide sulfurique monohydraté. M. Méhay admet que c'est au phosphate de soude qu'appartient la propriété de déterminer l'action. Il arrive enfin à conclure que « cette décomposition de l'acétate de potasse ou de soude rappelle tout à fait les fermentations, mais que c'est une fermentation provoquée uniquement par des réactions chimiques ».

» Nous venons de voir que les fermentations de cet ordre étaient déjà connues. M. A. Béchamp avait de plus constaté que des mélanges d'acétate de soude, de phosphate et de carbonate de chaux, d'alun ammoniacal, subissent la même transformation avec production d'alcool; mais il avait noté que ces fermentations sont corrélatives au développement d'êtres microscopiques (bactéries, bactéridies, mycéliums grêles, microzymas), causes des transformations observées. En effet, si dans un milieu semblable on empêche le développement des microzymas atmosphériques, les ferments ne se développent pas et le mélange resté inaltéré.

---

(1) *Sur la fermentation alcoolique et carbonique de l'acétate de soude et de l'oxalate d'ammoniaque*, par M. A. Béchamp. (*Comptes rendus*, t. LXXI, p. 69.)

(2) *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 4e série, t. XXIII, p. 184. — *Bulletin de la Société chimique de Paris*, t. XXV, p. 562.

» La conclusion à laquelle arrive M. Méhay est exactement l'opposé de celle-là. D'après l'auteur, la présence d'un être vivant n'est pas indispensable ; une matière chimique comme le phosphate de soude suffit pour provoquer ces transformations. C'est pour vérifier l'opinion de M. Méhay que j'ai répété ses expériences.

» Le travail que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie démontre que la matière glaireuse observée par M. Méhay est constituée par un amas de microzymas, de bactéries, et, à un certain moment, de vibrions ; le phosphate de soude, par lui-même, n'est doué d'aucune activité comme ferment; car, si l'on empêche l'évolution des microzymas, par une addition de créosote, à dose non coagulante, la fermentation ne s'opère pas.

» Les ferments que le microscope avait définis sont capables, non-seulement d'opérer la fermentation signalée par M. Méhay, mais encore de faire fermenter la fécule et le sucre de canne. La trame de leurs tissus contient une matière saccharifiable par l'acide sulfurique: ils sont donc, dans toute la force du terme, des ferments organisés.

» Mais la réduction du nitrate et l'oxydation de l'acide acétique sont accompagnées de la formation d'une quantité notable d'alcool, dont la présence est corrélative à la nutrition de ces ferments.

» Enfin, dans ces expériences, nous assistons à un mode de synthèse de la matière organique, dans lequel l'appareil est l'organisme le plus simple que l'on connaisse : le microzyma, et les matériaux, le carbone et l'hydrogène de l'acétate de soude, l'azote de l'acide nitrique. Le phosphate de soude et les matières minérales ambiantes fournissent les autres éléments dont un organisme a besoin pour se constituer. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Influence des forces physico-chimiques sur les phénomènes de fermentation.* Note de M. **H.-Ch. Bastian.**

« J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie des faits nouveaux qui me paraissent démontrer, contrairement à la théorie des germes atmosphériques, que certains liquides organiques contiennent les substances complexes chimiques, qui, sous des influences diverses, s'organisent, deviennent visibles, et finissent par former différentes espèces de bactéries.

» Mes observations ont été faites sur de l'urine portée à l'ébullition, soustraite à l'influence de tout germe atmosphérique, et qui, par conséquent, dans la théorie des germes, devrait rester stérile. Pour déterminer la production des bactéries dans cette urine, j'ai fait intervenir, comme

influence chimique, la potasse et l'oxygène, et, comme influence physique, une température de 122 degrés F. (50 degrés C.).

» J'ai constaté, dans des expériences nombreuses et variées, que de l'urine, rendue stérile par les procédés connus, pouvait entrer en fermentation et engendrer les bactéries sous les influences que je viens d'indiquer. Il y a plusieurs mois, j'ai reconnu pour la première fois qu'une température de 122 degrés F. (50 degrés C.), que l'on considère, en général, comme peu favorable à la fermentation, pouvait, au contraire, favoriser le développement des bactéries dans l'urine et quelques autres liquides organiques.

» Dans l'automne de 1875, j'ai constaté que l'urine normale et acide, rendue stérile par l'ébullition, pouvait devenir fertile en deux ou trois jours lorsqu'elle était saturée exactement par la potasse, sans autre contamination, et après avoir été exposée à une température élevée.

» Il m'est impossible, dans cet extrait, comme je le fais dans mon Mémoire, de donner le détail de mes expériences, mais je dois dire que j'ai pris les précautions les plus minutieuses pour éviter, dans mes essais, l'influence des germes qui auraient pu se trouver dans la potasse ou sur les parois des appareils que j'employais; j'ai éliminé également, avec le plus grand soin, tous les germes que l'air aurait pu apporter.

» Quant à l'influence de l'oxygène dans la fermentation de l'urine, je l'ai constatée en soumettant l'urine (rendue stérile), neutralisée par la potasse, à l'action d'un courant électrique, au moyen d'électrodes en platine que j'avais placées préalablement dans les flacons qui contenaient l'urine; dans ces expériences comme dans les précédentes, toutes les précautions ont été prises pour éliminer les germes atmosphériques.

» Les résultats de ces expériences furent très-remarquables; sous l'influence combinée de la potasse, de l'oxygène et de la température de 122 degrés F. (50 degrés C.), l'urine stérile fermenta rapidement et fut remplie de bactéries en sept à douze heures, c'est-à-dire dans un temps beaucoup moins long que celui qui aurait été nécessaire pour faire fermenter à l'air l'urine normale, pendant l'été.

» Tels sont les faits principaux que je voulais soumettre à l'Académie. Si l'on veut bien les examiner sans prévention, on reconnaîtra qu'ils sont absolument en opposition avec la théorie des germes atmosphériques. En effet, M. le professeur Tyndall, qui est partisan de cette théorie, a déclaré lui-même que l'on détruit pour toujours les bactéries et leurs germes qu'une liqueur peut contenir, en soumettant cette liqueur pendant une

minute ou deux à une température de 212 degrés F. (100 degrés C.); or, c'est dans une pareille liqueur, rendue stérile par l'ébullition, que je vois apparaître des bactéries en faisant intervenir l'oxygène, à une température convenable, et en saturant l'acide libre par de la potasse; en un mot, en plaçant les substances organiques qui existent en dissolution dans la liqueur dans des conditions convenables pour le développement des bactéries.

» Il résulte donc des expériences que je viens d'analyser que la fermentation de l'urine est absolument indépendante des germes qui peuvent exister dans l'air. »

MÉTÉORITES. — *Note sur une nouvelle météorite tombée le* 25 *mars* 1865, *à Wisconsin* (*Etats-Unis*), *et dont le caractère est identique à celui de la météorite de Meno;* par **M. L. Smith.**

« Dans le comté de Vernon (État de Wisconsin, États-Unis), lat. 43° 30′ long. 90° 11′, à 9 heures du matin, le 25 mars 1865, plusieurs personnes virent un corps passant rapidement à travers l'atmosphère et accompagné d'un grondement semblable à celui du tonnerre. Il était lumineux et projetait des rayons; il allait du N.-O. au S.-E.; il fit explosion à une hauteur qu'on estime à 4 milles. Au moment où les petits fragments se séparèrent de la masse principale, qui semblait avoir un mouvement de rotation estimé à environ un tour en deux secondes, on entendit un bruit semblable à celui d'une décharge de fusil.

» Le témoin oculaire qui m'a transmis ces renseignements pense que le principal corps ne tomba pas, mais s'égara dans l'espace. On n'a trouvé de fragments que cinq jours après la chute, et l'on n'en a découvert alors que deux, pesant ensemble seulement 1500 grammes environ. Les surfaces courbes de ces fragments sembleraient indiquer qu'ils ont fait partie d'une masse dont le diamètre était de 30 centimètres environ. On n'a pas pu évaluer exactement sa vitesse; mais le témoin dont j'ai parlé plus haut dit qu'on l'a estimée, à diverses reprises, comme étant de 15 à 26 milles par seconde.

» Des deux fragments découverts, l'un a été perdu ou détruit, l'autre m'a été donné, ainsi que les renseignements sur le phénomène, par M. Claywater. Il pèse 700 grammes; une croûte noire et épaisse couvre environ le tiers de sa surface. L'intérieur est granuleux; la météorite est poreuse et appartient aux météorites dures.

» Au microscope, le grain est d'une couleur vert sale, d'une apparence graisseuse et ayant en quelques endroits une structure globuleuse. Des parcelles de fer sont disséminées abondamment à travers la masse, et l'on y voit également des parcelles de troïlite.

» Le poids spécifique est de 3,66. La composition est la suivante :

Matière pierreuse.....	78,33	pour 100.
Parcelles de métal.....	17,07	»
Troïlite.....	4,60	»
	100,00	

» La matière pierreuse, soumise à l'action de l'eau régale, m'a donné, sur 100 parties, 47,20 de matière soluble et 52,80 de matière insoluble; quant à la composition, elle est la suivante :

	Partie soluble.	Partie insoluble.
Silice.....	32,55	57,41
Protoxyde de fer.....	30,40	9,50
Alumine.....	traces	4,00
Magnésie.....	35,80	22,80
Chaux.....	»	3,70
Soude.....	0,60	2,01
	99,35	99,42

» Les parcelles de métal, complétement séparées de la matière pierreuse, se composent de :

Fer.....	92,15
Nickel.....	7,37
Cobalt.....	0,28
Cuivre..... }	quantité
Phosphore..... }	inappréciable.
	99,80

» De ces analyses, je crois pouvoir conclure que la météorite se compose de :

Bronzite, avec un peu d'anorthite (probablement)....	41,35 pour 100
Hyalosidérite (olivine).....	36,98
Fer nickelifère.....	17,07
Troïlite.....	4,60

» Cette météorite présente, au point de vue physique, une remarquable analogie avec la météorite de Meno (Alt Strelitz Mecklenburg), tombée le 1er octobre 1861 à midi. Quant à la composition minéralogique

et chimique, voici le résultat des analyses que j'ai faites de ces deux météorites :

	Claywater.	Meno.
Matière pierreuse	78,33	77,76
Parcelles métalliques	17,07	18
Troïlite	4,60	4,24
	100,00	100,00
Matière pierreuse, soluble	47,20	48,70
» insoluble	52,80	51,30
	100,00	100,00
Matière pierreuse :		
Silice	44,98	44,70
Protoxyde de fer et alumine	21,95	22,26
Magnésie	29,30	28,97
Chaux	1,80	1,85
Soude	1,32	1,20
Parcelles métalliques :		
Fer	91,15	91,86
Nickel	7,37	7,53
Cobalt	28	15
Cuivre et phosphore	traces.	traces.
Poids spécifique	3,66	3,65 (1)

» En considérant avec attention le tableau ci-dessus, on voit que les compositions des deux météorites ne diffèrent pas plus l'une de l'autre que celles de deux morceaux d'une même pierre, tandis que leurs apparences ne sont pas celles de la classe des météorites en général; on peut même dire que ces deux météorites n'ont dans les collections que peu ou point d'analogues; ils n'en ont certainement pas dans la mienne, qui se compose de météorites pierreuses provenant de plus de cent chutes.

» J'adresse à l'Académie, en même temps que cette Note, un bon échantillon de la météorite de Claywater. »

(1) On remarquera que ce poids spécifique de la météorite de Meno est inférieur au poids spécifique 4, 1 qui est donné dans les *Annales de Poggendorff* (vol. CXVII-CXXXVII), probablement d'après un fragment contenant quelques fortes parcelles de fer; la densité que j'indique plus haut, a été déduite de deux bons échantillons, de grosseur moyenne, faisant partie d'un spécimen que m'a envoyé feu W. Nevill de Londres; je procédai comme j'ai l'habitude de le faire, c'est-à-dire en mettant le fragment, une fois pesé, dans un vase rempli d'eau, que je plaçai ensuite sous le récipient d'une machine pneumatique, dans le but d'extraire tout l'air de la surface et des cavités; puis je continuai, comme on le fait généralement.

GÉOLOGIE. — *Faits pour servir à l'histoire des puits naturels;* par M. STAN. MEUNIER.

« En visitant récemment les grandes exploitations de sables moyens des environs de Fleurines (Oise), je me suis trouvé en présence d'un accident remarquable que je demande à l'Académie la permission de décrire. Il paraît d'autant plus opportun de le signaler immédiatement, que les progrès de l'exploitation ne tarderont pas à le faire disparaître et qu'il serait désirable que les géologues pussent aller l'examiner. L'accident dont il s'agit se présente au lieu dit *les Friéges*, dans la carrière exploitée par M. Frigaux. Il consiste en une colonne cylindrique de 6 mètres environ de diamètre qui, d'une manière très-imposante, s'élève d'une dizaine de mètres, depuis le fond de la carrière jusqu'à la surface du sol, au travers de toute l'assise du sable exploité. On dirait la tour ruinée d'un ancien château-fort. Le travail des ouvriers l'avait, paraît-il, absolument isolée il y a quelques mois, mais aujourd'hui des remblais en cachent un côté. Toutefois, il est facile d'en observer les caractères les plus saillants.

» La masse principale de la colonne est constituée par des blocs de grosseur variée, jetés sans ordre les uns sur les autres, et parmi lesquels on distingue surtout du calcaire à grain fin et du grès quartzeux plus ou moins friable. Entre ces blocs, se montrent des filets d'argile souvent compactes et rappelant alors les lithomarges. On observe aussi des incrustations variées dont les plus apparentes sont des encroûtements d'oxyde de fer brun, qui revêtent plusieurs morceaux de grès d'une enveloppe résistante. Diverses régions d'un noir profond sont imprégnées d'oxyde de manganèse, et il est à noter que ces deux métaux si analogues, fer et manganèse, très-abondants l'un et l'autre, semblent se repousser mutuellement : ce n'est que sur des points exceptionnels qu'on les rencontre ensemble.

» Mais le fait le plus remarquable, présenté par la colonne de Fleurines, est l'enveloppe qui la sépare nettement, avec une forme quasi géométrique, de la masse de sable où elle est noyée. Cette enveloppe, d'une grande élégance, consiste en grès botryoïde, variant, suivant les points, du blanc pur au gris foncé, et dont les sphéroïdes, gros souvent comme du chènevis, atteignent et dépassent souvent les dimensions d'un œuf de pigeon. Son ensemble donne l'idée d'un vaste ruissellement le long de ce curieux monument naturel.

» Le mode de formation de la colonne que je viens de décrire rentre dans le mécanisme qui a accompagné le forage des *puits naturels* proprement

dits et paraît assez facile à comprendre. Tout d'abord, on peut reconnaître que la colonne est plus ancienne que le relief actuel de la contrée et qu'elle date d'une époque où le sable moyen, aujourd'hui à fleur de sol, était recouvert, comme il l'est encore dans la butte voisine de Saint-Christophe, par des couches calcaires de Saint-Ouen. C'est, en effet, à cette formation qu'appartiennent les blocs calcaires contenus dans la tour naturelle de Friéges, car on peut y observer la *Limnea longiscosta* et le *Planorbis rotundatus*.

» Cela posé, nous devons admettre que les eaux superficielles ont exercé sur le travertin inférieur une action corrosive, analogue à celle dont le calcaire grossier porte des traces en tant de points. Le carbonate de chaux dissous était entraîné au travers des sables sous-jacents, et c'est à sa précipitation qu'il faut attribuer la production des grès en grappes d'un si remarquable effet. Il se forma donc un cylindre creux de grès, dont le diamètre alla toujours en grandissant au fur et à mesure de la corrosion supérieure. En même temps, les blocs calcaires et gréseux venant d'en haut pénétraient plus profondément dans le puits et contribuaient à sa solidité, toujours menacée par la poussée des sables. L'absence de grès concrétionnés à l'intérieur du cylindre s'explique aussi aisément en remarquant que c'est exclusivement par la paroi en contact avec le sable poreux que l'acide carbonique contenu dans l'eau pouvait se dégager; dans l'intérieur circulaient toujours des eaux capables de dissoudre le calcaire, et les grès, formés d'abord, étaient désagrégés, puis entraînés sous forme de sable. Enfin, lorsque le puits fut amené jusqu'aux profondeurs inconnues où il débouche maintenant, il livra passage, comme la plupart des puits naturels, à des produits élaborés dans les régions inférieures. Des eaux ferrugineuses et manganeuses s'y élevèrent, entraînant les argiles fines qui empâtent aujourd'hui les blocs corrodés.

» C'est ainsi que la colonne de Fleurines vient éclairer vivement la question si longtemps agitée des puits naturels, et confirmer, semble-t-il, la théorie à laquelle d'autres faits avaient conduit (1). Ajoutons qu'elle paraît fournir une évaluation du travail de dénudation lente subie par la surface du sol, au point où elle se présente. Voici comment : la petite colline de Friéges est formée du haut en bas par les sables moyens; mais la butte Saint-Christophe, à laquelle elle sert pour ainsi dire de contre-fort, présente, au-dessous de ces sables, des grès, puis le travertin de Saint-Ouen, recou-

(1) *Comptes rendus*, t. LXXX, p. 797.

vert lui-même par d'autres formations plus récentes. Or, la colonne prouvant que, au-dessus de Friéges, le Saint-Ouen a existé, et, d'autre part, la proximité des points autorisant à supposer que l'épaisseur des couches était sensiblement la même sur les deux buttes, on arrive à reconnaître que la dénudation subie par le haut du puits naturel, et conséquemment par les couches où il est compris, dépasse une cinquantaine de mètres. »

MINÉRALOGIE. — *Notices minéralogiques.* Note de M. **F. Pisani**, présentée par M. Des Cloizeaux.

« *Amésite* de Chester (Massachusetts). — M. Shepard a donné ce nom à un minéral qui se trouve sur du diaspore à Chester (Massachusetts), et qui ressemble, comme couleur et comme éclat, au talc vert du Tyrol, ou bien à certaines chlorites du Piémont; il rappelle aussi l'aspect de la pyrosclérite de l'île d'Elbe, quoique sa couleur soit plus pâle. L'examen que j'ai fait de cette substance prouve qu'elle vient se placer à côté des silico-aluminates.

» L'amésite se présente en petites masses cristallines, formées de lames empilées, un peu ondulées, d'apparence hexagonale et ayant un clivage assez facile suivant la base. Elle est accompagnée de quelques rares aiguilles de rutile et recouvre un beau diaspore d'un blanc rosé. Elle est translucide en lames minces. Une plaque de clivage donne, au microscope polarisant, un axe optique *positif*. Son éclat est fortement nacré suivant la base. Elle est d'un vert-pomme pâle. Dureté = 2,5 à 3. Densité = 2,71.

» Au chalumeau elle est presque infusible et devient noirâtre. Dans le matras elle donne de l'eau. Elle s'attaque difficilement par l'acide chlorhydrique. Son analyse a été faite après attaque au carbonate de soude. Elle a donné :

		Oxygène.		Rapports.
Silice	21,40	11,4		9
Alumine	32,30	15,0		12
Oxyde ferreux	15,80	5,2	13,1	10
Magnésie	19,90	7,9		
Eau	10,90	9,7		8
	100,30			

» Je me suis assuré que le fer est en totalité à l'état de protoxyde. Cette composition diffère complétement de celle de tous les silico-aluminates connus et des chlorites avec lesquelles ce minéral a quelque analogie; c'est donc bien une espèce distincte, et on doit lui conserver le nom d'*amésite*.

» *Euchlorite.* — Ce nom a été donné par M. Shepard à un minéral ressemblant à la chlorite et provenant de Chester (Massachusetts). Il se présente en masses schisteuses, ondulées, formées d'écailles possédant un clivage facile suivant la base. Elle est translucide en lames minces. Au microscope polarisant elle donne, à travers la base, un seul axe *négatif* comme les biotites. Éclat nacré suivant le plan du clivage. Couleur d'un vert foncé. Flexible sans être élastique. Dureté = 2,5. Densité = 2,84.

» Au chalumeau, elle s'exfolie, devient blanche et fond difficilement en un émail grisâtre. Humectée de chlorure de calcium, la matière donne, avec le verre bleu, la coloration de la potasse. Dans le matras, on obtient un peu d'eau. Lentement attaquable par l'acide chlorhydrique concentré.

» Elle a donné à l'analyse, au moyen d'une attaque au carbonate de soude :

Silice	39,55
Alumine	15,95
Oxyde ferrique	7,80
Magnésie	22,25
Perte au feu	4,10
Alcalis (K Na)	10,35
	100,00

» Cette composition étant celle d'un mica magnésien, comme la biotite du Vésuve, l'euchlorite de M. Shepard n'est point une espèce particulière, mais une simple variété de mica, seulement son aspect et le manque d'élasticité la font prendre, au premier abord, plutôt pour une chlorite ou pour ce qu'on a appelé mica-chlorite. Dans ce cas, la perte au feu seule suffit pour la distinguer de ces minéraux qui contiennent de 10 à 12 pour 100 d'eau.

» *Spessartine* jaune de Saint-Marcel. — On trouve à Saint-Marcel, en Piémont, associé à la marceline, à la piémontite, au quartz ainsi qu'à un mica rouge, un minéral jaune ressemblant un peu à la roméine, et que l'on a reconnu comme étant un grenat manganésien.

» La spessartine de Saint-Marcel se présente ordinairement en masses grenues d'un jaune clair, et plus rarement en cristaux d'un jaune orangé, formés des faces $b^1 a^2$, le dodécaèdre rhomboïdal étant dominant. Une particularité remarquable que l'on observe sur certains échantillons, c'est que les cristaux ont toujours un noyau considérable de marceline ou braunite siliceuse, de sorte que la spessartine ne forme que la croûte de ces cristaux. La matière de l'enveloppe extérieure est parfaitement pure, et les surfaces cristallines sont bien réfléchissantes, tandis que le noyau de mar-

celine n'est pas bien homogène et contient quelques grains de spessartine. Densité = 4,01.

» Au chalumeau, elle fond en un verre brun et donne, avec le borax, une perle améthyste. L'acide chlorhydrique l'attaque après fusion.

» L'analyse a été faite sur la masse grenue, car je n'avais point à ma disposition assez de cristaux. Elle a donné :

		Oxygène.		Rapports.
Silice	38,50	20,5		2
Alumine	18,40	8,57	9,38	1
Oxyde ferrique	2,70	0,81		
Oxyde manganeux	34,25	7,74	9,42	1
Chaux	5,87	1,68		
	99,72			

» Ces nombres correspondent exactement à la formule ordinaire des grenats et montrent, en outre, que la spessartine de Saint-Marcel est une des plus pures parmi celles dont on a donné les analyses.

» *Bastite* (schillerspath) de l'île d'Elbe. — Ce minéral, trouvé originairement dans la serpentine de Baste, au Hartz, a été reconnu depuis dans la forêt Noire et dans le duché de Bade. J'ai reçu dernièrement de belles serpentines brunes avec bastite, provenant de la *Venella, Circondario di Rio*, île d'Elbe. Ces serpentines ressemblent, au premier abord, à des serpentines diallagiques ; mais l'examen optique démontre de suite qu'on n'a pas affaire à une diallage. Cette bastite forme de petites masses laminaires facilement clivables dans une direction et ayant un éclat métalloïde sur le plan du clivage facile ; sa couleur est d'un vert poireau ou olive. Une lame mince suivant le clivage basique donne, au microscope polarisant, deux axes assez écartés avec une bissectrice aiguë *négative* normale au plan de ce clivage. J'ai obtenu, pour l'écartement dans l'air : $2E = 61°$ à $65°$. Ce minéral serait donc bien orthorhombique, comme l'a reconnu M. Des Cloizeaux sur la bastite de Baste, qui possède presque le même écartement d'axes. Dureté = 3,5 ; densité = 2,59. Au chalumeau fond difficilement ; dans le matras, décrépite et donne de l'eau. Entièrement attaquable par l'acide chlorhydrique concentré, son analyse a donné :

		Oxygène.		Rapports.
Silice	39,10	20,8		12
Alumine	3,61	»		»
Oxyde ferreux	8,03	1,78		
Magnésie	33,60	13,44	16,15	9
Chaux	3,28	0,93		
Eau	12,60	11,20		6
	100,22			

M. Xénophon adresse, de Thessalonique, une Note écrite en grec moderne, et contenant une démonstration du *postulatum* d'Euclide.

« M. Chasles fait hommage à l'Académie, de la part de M. le prince *B. Boncompagni*, des livraisons de janvier, février et mars de la présente année du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.*

» La première livraison et une partie de la seconde renferment un travail fort étendu sur la vie et les travaux de Fr. Maurolicus, de M. Federico Napoli; on trouve aussi, dans la seconde livraison, une Table de toutes les publications récentes en toutes les langues.

» La livraison de mars renferme une discussion historique de M. Édouard Lucas sur un théorème de l'Arithmétique indienne; un Mémoire de M. A. Favaro sur le très-important ouvrage allemand de M. Moritz Cantor : *Sur les arpenteurs romains, et leur rang dans l'histoire de l'arpentage. — Recherches historiques et mathématiques;* un opuscule de M. Kuckuck : *L'art de compter au* XV^e^ *siècle,* écrit en allemand et reproduit en langue italienne par M. Alph. Sparagna; enfin, un travail et des recherches historiques fort étendues, de M. Boncompagni sur un Traité d'Arithmétique de Giovanni Widman di Eger.

« M. Chasles fait hommage à l'Académie, de la part de M. *E. Hunyady*, d'un opuscule écrit en langue hongroise, sur les formes différentes des équations qui expriment que six points sont sur une conique; puis, de la part de M. *D. Chelini,* de deux Mémoires, l'un sur les principes fondamentaux de la Dynamique, avec des applications au pendule et à la percussion des corps, d'après la théorie de M. Poinsot; l'autre sur les polygones inscrits et circonscrits à des coniques. »

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures un quart. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Ouvrages reçus dans la séance du 3 juillet 1876.

Notice historique sur les roues hydrauliques à aubes courbes; par M. le général Didion. Paris, Gauthier-Villars, 1876; br. in-8°.

Sur la structure et les mouvements des feuilles du Dionéa Muscipula; *par* C. de Candolle. Sans lieu ni date; br. in-8°. (Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles.*

Manuel pratique d'essais et de recherches chimiques appliqués à eux et à l'industrie; par P.-A. Bolley; 4e édition, revue et augmentée par le Dr E..Kopp; 2e édition française, traduite par le Dr L. Gautier. Paris, F. Savy, 1877; 1 vol. in-8°.

Lettres historiques sur la Chimie à M. le professeur Courty; par A. Béchamp. Paris, G. Masson, 1876; 1 vol. in-8°.

A. Béchamp. *Les microzymas dans leurs rapports avec les fermentations et la Physiologie.* Nantes, impr. Vincent Forest et E. Grimaud, sans date; br. in-8°.

P. Guieysse. *De la propagation des marées dans les rivières.* Nantes, impr. Vincent Forest et E. Grimaud, sans date; br. in-8°.

Principes de la mécanique moléculaire relatifs à l'élasticité et à la chaleur des corps; par Et. Gény. Nice, imp. Caisson et Mignon, 1876; br. in-8°.

L'utilisation et l'aménagement des eaux. Rapport présenté à la Section du Génie rural par M. Ch. Cotard. Paris, imp. E. Donnaud, 1876; br. in-8°. (Présenté par M. de Lesseps.)

Le Phylloxera. Étude de la maladie de la vigne; par Ét. Lapierre-Beaupré. Paris, Ch. Douniol, 1875; br. in-8°.

Essais de mensuration de l'orbite; par J. Gayat. Paris, A. Delahaye, 1873; in-8°.

Notes sur l'hygiène oculaire dans les écoles et dans la ville de Lyon; par J. Gayat. Paris, A. Delahaye, 1874; br. in-8°.

Considérations statistiques et médicales relatives au Havre, pour les années 1874 *et* 1875; *par* le Dr A. Legadre. Paris, J. Baillière et fils, 1876; br. in-8°. (Adressé au Concours de Statistique, 1877.)

Les Merveilles de l'Industrie ; par L. FIGUIER; 28e série. Paris, Furne, Jouvet et Cie, 1876; in-8°, illustré.

Instruments and publications of the United-States naval Observatory. Washington, 1845-1876; in-4°, relié. (Présenté par M. de Lesseps.)

The quarterly Review ; n° 282, april 1876. London, J. Murray, 1876; in-8°.

Abhandlungen der Koniglichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, aus dem Jahre 1875. Berlin, 1876; in-4°.

Transactions on the Connecticut Academy of Arts and Sciences ; vol. III, part I. New-Haven, 1876; in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 10 JUILLET 1876.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont eté pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844, publiée par les ordres de M. le Ministre de l'Agriculture et du Commerce; t. VIII, 2e partie. Paris, Impr. nationale, 1876; in-4°.

L'âge d'un arbre a-t-il une influence sur l'époque moyenne de sa feuillaison? par M. ALPH. DE CANDOLLE. Sans lieu ni date, br. in-8°. (Tiré des *Archives des Sciences de la Bibliothèque universelle de Genève.*)

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique ; collection in-8°, t. Ier, fascic. 1-5; t. III, fascic. 1-6. Bruxelles, H. Manceaux, 1870-1876; 7 liv. in-8°.

Le massif du Mont-Blanc ; par E. VIOLLET-LE-DUC. Paris, J. Baudry, 1876; in-8°.

Etudes sur les manœuvres des combats sur mer; par M le vice-amiral BOURGEOIS. Paris, Berger-Levrault, 1876; in-8°. (Extrait de la *Revue maritime et coloniale*).

Notice biographique sur M. Gustave-Adolphe Thuret; *par* M. Ed. BORNET. Paris, G. Masson, 1876; in-8°.

Contribution à l'étude anatomique et clinique de l'érysipèle et des œdèmes de la peau ; par le Dr J. RENAULT. Paris, G. Masson, 1874; in-8°. (Présenté par M. Bouley pour le concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

De l'adénopathie trachéo-bronchique en général, etc; par A. BARÉTY. Paris, A. Delahaye, 1874; in-8°. (Présenté par M. Bouley pour le concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences, Belles-Lettres et Arts d'Orléans; t. XVIII, n° 2, 1876, 2e trimestre. Orléans, imp. de Puget, 1876; in-8°.

Annales de la Société des Sciences industrielles de Lyon, n° 2, 1876. Lyon, H. Storck, 1876; in-8°.

Association viticole de l'arrondissement de Libourne pour l'étude du Phylloxera et des moyens de le combattre. Bulletin des travaux. Libourne, Dessiaux et Contaut, 1876; br. in-8°.

Des résultats de l'irrigation de la plaine de Genneviliers par les eaux d'égouts de la ville de Paris. Étude par les Docteurs DANET, BASTIN, et GARRIGOU-DESARENES. Paris, imp. P. Dupont, 1876; in-4°.

Annales de l'Observatoire de Moscou; vol. II, 2 liv. Moscou, imp. A. Lang, 1876; in-4°.

Lettre à D.-B. Boncompagni sur la vie et les travavx de M. Louis-Amédée Sédillot; par M. C.-E. SÉDILLOT. Rome, imp. des Sciences mathématiques et physiques, 1876; br. in-4°. (Extrait du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.*) (Présenté par M. Sédillot.)

La vie et les travaux de Jean Hévelius; par L.-C. BÉZIAT. Rome, imp. des Sciences mathématiques et physiques, 1876; br. in-4°. (Extrait du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.*)

ERRATA.

(Séance du 26 juin 1876.)

Page 1514, *au lieu de* Cypressus, *lisez* Cupressus.